2025/11/17

藪友良

需要曲線と供給曲線の推定方法

需要曲線と供給曲線を用いることで、財の価格と数量がどのように決定されるか、経済政策（消費税、TPP の参加など）が経済に与える影響を分析できます。ここでは、経済学において重要な位置を占める需要曲線と供給曲線の推定における問題、また、その推定方法として 2 段階最小 2 乗法を紹介します。なお、本稿は藪友良『入門 実践する計量経済学』(2023 年、東洋経済新報社)の補足資料です。

ある財市場のモデル

ある財市場の需要曲線、供給曲線、均衡条件を次のように定義します。

$$\text{需要曲線：} \quad Q_i^D = \alpha_D + \beta_D P_i + u_{Di}$$

$$\text{供給曲線：} \quad Q_i^S = \alpha_S + \beta_S P_i + u_{Si}$$

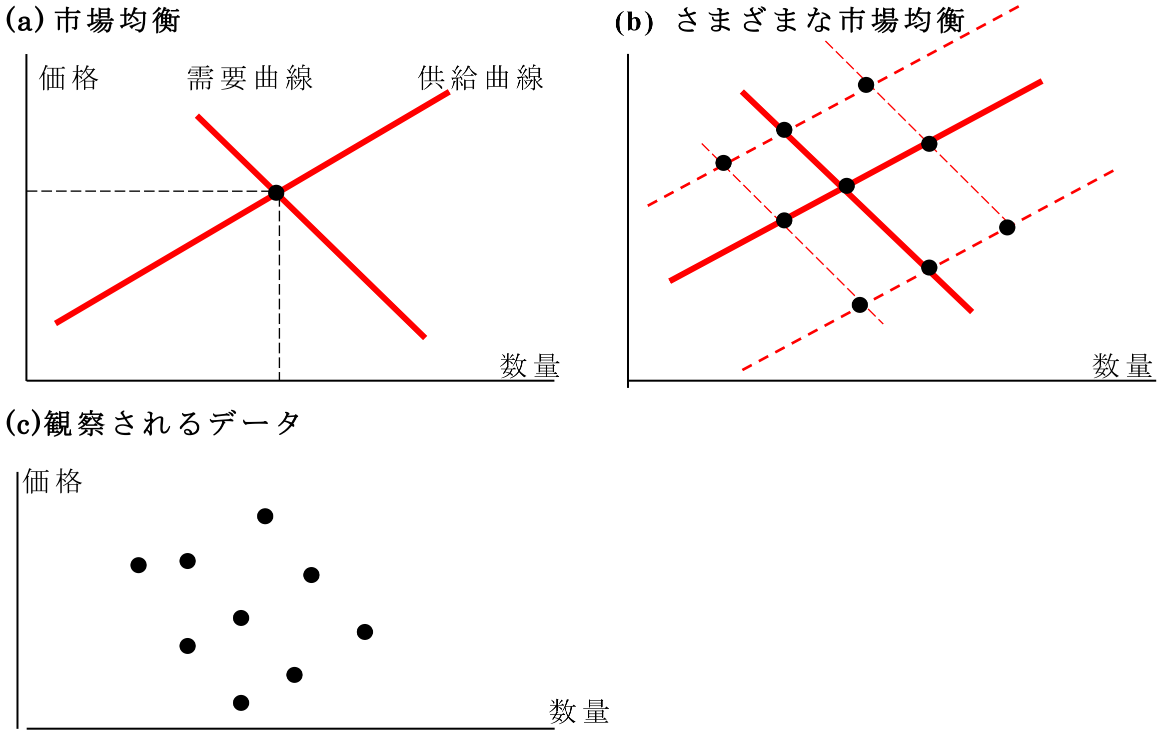
$$\text{均衡条件：} \quad Q_i = Q_i^D = Q_i^S$$

ただし、Pは価格、Q^Dは需要量、Q^Sは供給量です。すべて対数表示とすると、β_Dは需要の価格弾力性、β_Sは供給の価格弾力性にあたります（対数対数モデルは 6.3.1 節参照）。需要ショック(u_D)は期待値 0、分散σ_D^2とし、同様に、供給ショック(u_S)も期待値 0、分散σ_S^2とします。また、両ショックは互いに無相関とします($E[u_D u_S] = 0$)。均衡条件は、需要量と供給量が一致している状態であり、そのときの数量をQ_iと表記します。

価格と数量は、需要曲線と供給曲線の交点（均衡点）で決定されます（図 1(a)参照）。しかし、需要曲線は需要ショック、供給曲線は供給ショックによって、曲線全体が上下にシフトします。このため、観察される価格と数量はさまざまな値をとります（図 1(b)参照）。

図 1(c)では、観察データを示していますが、これが何を表しているか、読み取ることは難しいといえます。実際、被説明変数を数量Qとし、説明変数を価格Pとした OLS 推定をしても、これが需要曲線を推定しているのか、供給曲線を推定しているのか分かりません。では、このときの推定結果は何を表しているのでしょうか。以下では、この点を理論的に考察していきます。

図 1: ある財の市場における需要曲線と供給曲線



OLS 推定の問題と特殊ケース

均衡価格Pと均衡数量Qは、需要ショックu_Dと供給ショックu_Sの関数として、次のように表せます（両式の導出は補足参照）。

$$P_i = \frac{\alpha_S - \alpha_D}{\beta_D - \beta_S} + \frac{u_{Si} - u_{Di}}{\beta_D - \beta_S}$$

$$Q_i = \frac{\alpha_S\beta_D - \alpha_D\beta_S}{\beta_D - \beta_S} + \frac{\beta_D u_{Si} - \beta_S u_{Di}}{\beta_D - \beta_S}$$

価格Pと数量Qは、需要ショックu_Dと供給ショックu_Sに依存していることがわかります。

数量Qを被説明変数、価格Pを説明変数とし、以下の線形回帰モデルを推定します。

$$Q_i = \gamma_0 + \gamma_1 P_i + u_i$$

このとき、価格の係数γ_1の OLS 推定量は、次のようになります。

$$\hat{\gamma}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(P_i - \bar{P})(Q_i - \bar{Q})}{\sum_{i=1}^{n}(P_i - \bar{P})^2}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n}(P_i - \bar{P})(Q_i - \bar{Q})/(n-1)}{\sum_{i=1}^{n}(P_i - \bar{P})^2/(n-1)}$$

分母は価格Pの標本分散s_P^2であり、分子はPとQの標本共分散s_{PQ}となります。

サンプルサイズnが大きくなると、標本平均は期待値に、標本分散は分散に収束しました(この点は藪友良『入門 実践する統計学』の 5 章参照)。同様に、サンプルサイズnが大きくなると、標本分散s_P^2は分散$V(P)$に収束し、標本共分散s_{PQ}は共分散$Cov(P,Q)$に収束します。したがって、nが大きくなると、OLS 推定量$\hat{\gamma}_1$は$Cov(P,Q)/\ V(P)$に収束します。

ここで、分散$V(P)$と共分散$Cov(P,Q)$は、それぞれ以下のように表現できます（両式の導出は補足参照）。

$$V(P) = \left(\frac{1}{\beta_D - \beta_S}\right)^2 (\sigma_S^2 + \sigma_D^2)$$

$$Cov(P,Q) = \left(\frac{1}{\beta_D - \beta_S}\right)^2 (\beta_D \sigma_S^2 + \beta_S \sigma_D^2)$$

以上から、サンプルサイズnが大きいとき、OLS 推定量$\hat{\gamma}_1$は次のように表現できます。

$$\hat{\gamma}_1 = \frac{Cov(P,Q)}{V(P)} = \frac{\left(\frac{1}{\beta_D - \beta_S}\right)^2 (\beta_D \sigma_S^2 + \beta_S \sigma_D^2)}{\left(\frac{1}{\beta_D - \beta_S}\right)^2 (\sigma_S^2 + \sigma_D^2)}$$

$$= \frac{\sigma_S^2}{\sigma_S^2 + \sigma_D^2}\beta_D + \frac{\sigma_D^2}{\sigma_S^2 + \sigma_D^2}\beta_S$$

つまり、OLS 推定量$\hat{\gamma}_1$は、需要曲線の傾きβ_Dと供給曲線の傾きβ_Sの加重平均となります（加重はσ_D^2、σ_S^2からなる）。したがって、被説明変数Qを説明変数Pで OLS 推定した結果が何を表すかは不明瞭であり、あまり意味のない推定といえます。

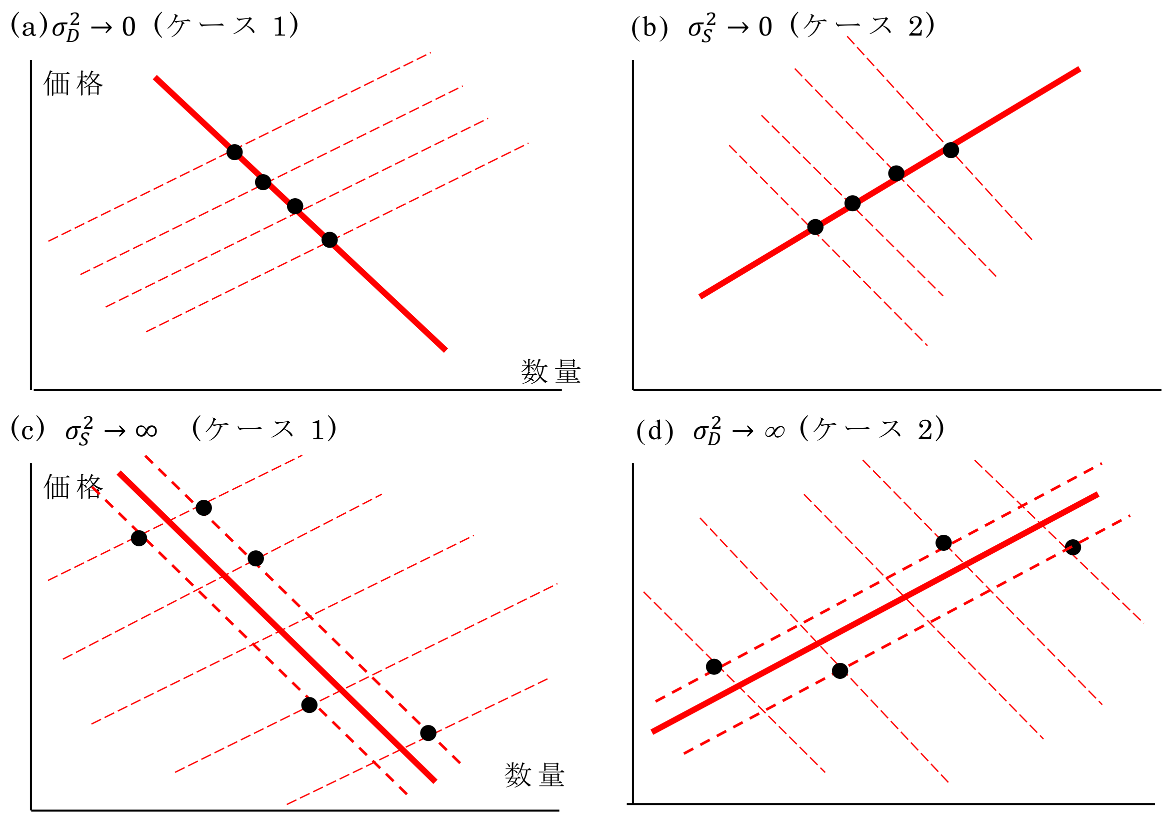
特殊ケースにおいては、OLS 推定量$\hat{\gamma}_1$は、需要曲線の傾きβ_D、もしくは供給曲線の傾きβ_Sとなります。以下では、(OLS 推定量が意味を持つ)特殊ケース 1、2 を説明します。

ケース 1 は、$\sigma_D^2 \to 0$もしくは$\sigma_S^2 \to \infty$とした状況です[1]。つまり、需要ショック

[1] ここで、→は近づけるという意味です($\sigma_D^2 \to 0$とは、σ_D^2を 0 に近づけるということ)。

の分散σ_D^2が 0 に近い、もしくは供給ショックの分散σ_S^2が非常に大きいとした状況です。このとき、OLS 推定量$\hat{\gamma}_1$はβ_Dとなります。図 2(a)では、$\sigma_D^2 \to 0$ としています。需要曲線は一定であるため、その交点は需要曲線上にあります。図 2 (c)では、$\sigma_S^2 \to \infty$ としています。このとき、供給曲線は頻繁にシフトするため、交点をみることで需要曲線の形状が分かります。たとえば、ケース 1 として、農産物などが考えられます。農産物は気候などの影響を受けて、供給曲線は頻繁にシフトしますが、消費者の嗜好は比較的安定し、需要曲線はそれほどシフトしません。

図 2: OLS 推定量が意味を持つ特殊ケース



ケース 2 は、$\sigma_S^2 \to 0$ もしくは$\sigma_D^2 \to \infty$とした状況です。つまり、供給ショックの分散σ_S^2が 0 に近い、もしくは需要ショックの分散σ_D^2が非常に大きいとした状況です。このとき、OLS 推定量$\hat{\gamma}_1$はβ_Sとなります。図 2 (b)では、$\sigma_S^2 \to 0$ としています。供給曲線は一定であるため、その交点はいつも供給曲線上にあります。図 2 (d)では、$\sigma_D^2 \to \infty$ としています。このとき、需要曲線は大きくシフトするため、交点をみることで供給曲線の形状が分かります。たとえば、ケース 2 とし

て、工業生産に用いられる財などが考えられます。たとえば、砂鉄は景気変動により需要が大きく変動しますが、生産工程が安定しているため、供給は安定しています。

コラム：需要曲線か供給曲線か

蓑谷千凰彦『計量経済学ハンドブック』（朝倉書店、2007 年）の第 30 章では、計量経済学の創立者の 1 人といえる H. ムーア(Henry Moore)が紹介されています。ムーアは、15 人兄弟の長男として生まれ、ジョンズ・ホプキンス大学で博士号の取得後、コロンビア大学で賃金と経済循環を研究しました。彼の研究は、経済理論を数量化するという先端的試みであったため、多方面から大きな批判を受けました。彼は温和で傷つきやすい性格であり、自分の研究に対する不当な評価に苦しんでいました。そして、1929 年まだ 59 歳のとき病気を理由に大学を退職しています。

ムーアは、需要曲線の推定を他者に先駆けて行い、その後の研究に大きな影響を与えました。被説明変数をトウモロコシの数量(対数)、説明変数を価格(対数)としたところ、係数は－1.12 となりました。これは価格が 1%上がると需要量は 1.12％減少することを意味します。しかし、砂鉄を分析した結果、係数は負ではなく、+1.91 と正の値になっていました。彼は「需要曲線には負の型とともに正の型があることを発見した」と述べています。こうしたパズルともいえる現象が、多くの研究者の関心を需要曲線の識別問題に向かわせ、フィリップ・ライト(Philip Wright)、シューアル・ライト(Sewall Wright)らによる操作変数法の考案へと繋がります(コラム 13-2 参照)。

フィリップ・ライトは、ムーアの研究にコメントをしています。「『新しい型』の需要曲線（正の勾配をもつ砂鉄の需要曲線）は経済理論とはまったく調和しえないのであろうか。けっしてそうではない。おそらく景気上昇によって砂鉄の需要は急速に、連続的に増加に向かう。これは需要曲線を右へシフトさせる。このシフトする需要曲線と供給曲線の交点はムーア教授の『新しい型』をもたらすであろう」。つまり、フィリップは、砂鉄の

供給曲線は安定している一方、需要曲線は頻繁にシフトしており、それらの交点は供給曲線上で観察される。したがって、ムーアは需要曲線ではなく供給曲線を推定していた、と主張したのです。ムーアの研究には誤りもありましたが、彼の問題提起は計量経済学の進歩に大きな影響を与えました。

OLS 推定の問題と需要曲線の推定方法

内生性の観点から、需要曲線を OLS 推定することの問題を考えます。需要曲線は次のとおりです。

$$Q_i^D = \alpha_D + \beta_D P_i + u_{Di}$$

市場均衡では$Q_i = Q_i^D = Q_i^S$となるため、上式の需要量Q_i^Dを均衡数量Q_iで置き換えると、次のようになります。

$$Q_i = \alpha_D + \beta_D P_i + u_{Di}$$

既に確認したとおり、価格P_iは

$$P_i = \frac{\alpha_S - \alpha_D}{\beta_D - \beta_S} + \frac{u_{Si} - u_{Di}}{\beta_D - \beta_S}$$

と表現できるため、価格P_iは需要ショックu_{Di}と相関しています。つまり、被説明変数をQ_i、説明変数をP_iとした OLS 推定では、内生性の問題が生じています。

そこで、操作変数を考えます。操作変数Z_iは、説明変数P_iと相関しますが、需要ショックu_{Di}とは無相関となる変数とします。操作変数Z_iとして、供給曲線だけをシフトさせる要因が考えられます。このとき、操作変数Z_iは、供給曲線をシフトさせるため、価格P_iと相関しますが、需要ショックu_{Di}とは無相関です。このような操作変数があれば、供給曲線だけをシフトさせ、需要曲線を一定とした状況を作りだせるため、需要曲線の傾きβ_Dを正しく推定できます (図 2(a) 参照)。具体例を通じて、理解を深めていきましょう。

例：メロン市場の需要曲線を推定する

メロン市場の需要曲線を推定しましょう[2]。メロン消費量はメロン価格と所得

[2] この例は、高岡広、久高和人、山口尚也「関税撤廃による消費への効果」（三田商学学生論文集 2012 年）に収録された論文を要約したものです。上記論文から表 1、2 を抜粋しました。

に依存します。

$$Q_i = \alpha_D + \beta_D P_i + \gamma W_i + u_{Di}$$

Q_iはメロン消費量（対数）、P_iはメロン価格（対数）、W_iは所得（対数）、u_{Di}はメロンの需要ショックとします。

係数β_Dを推定するため、操作変数を用いた2段階最小2乗法(2SLS)を行います(13.6節参照)。操作変数として、収穫前の気候情報（気温、日照時間）を用います。気候は、メロンの収穫量を決める重要な要因ですが、メロンの需要とはあまり関係ありません。したがって、気候は価格P_iと相関しますが、需要ショックu_{Di}とは無相関といえます。以下では、操作変数Z_1は最適気温24℃からの差の絶対値(つまり、|気温－24|)[3]、また、操作変数Z_2は日照時間とします。

表1: 第1段階の推定結果

	(1)	(2)	(3)
定数項	5.028***	5.953***	4.924***
	(0.739)	(0.728)	(0.740)
所得	1.132*	1.292**	1.127*
	(0.636)	(0.660)	(0.637)
最適気温からの差	0.025***		0.027***
	(0.004)		(0.004)
日照時間		-0.002***	0.0005
		(0.0008)	(0.0007)
$\overline{R^2}$	0.337	0.084	0.339
OBS	132	132	132

注：第1段階の推定結果をまとめたものです。カッコ内は標準誤差。***は1%有意，**は5%有意，*は10%有意を表す。obsはサンプルサイズ。

第1段階で、被説明変数を価格P_i、説明変数を所得W_i、操作変数Z_iとしたOLS推定を行います。表1は、第1段階の推定結果を掲載したものです。(1)では、操作変数を最適気温からの差Z_1とし、(2)では、操作変数を日照時間Z_2としています。(3)では、操作変数として、最適気温からの差Z_1、日照時間Z_2の両方を用

[3]24度はメロン栽培の最適気温としています。最適気温からの差の絶対値とは、例えば気温が30℃なら差の絶対値は6となり，気温が20℃なら差の絶対値は4となります。

いました。操作変数を別々に用いると、操作変数は有意ですが、一緒に用いると日照時間は有意となりません。以上から、第 2 段階では、(1)もしくは(2)の結果から、価格の予測値$\hat{P}_i$を求めて OLS 推定します。

2 段階目では、被説明変数を消費量Q_i、説明変数を価格の予測値$\hat{P}_i$、所得W_iとした OLS 推定をします。表 2 は、2 段階目の推定結果をまとめたものです。比較のため、通常の OLS 推定の結果を(1)に掲載しました。(2)は操作変数として最適気温からの差を用いた推定、(3)は日照時間を用いた推定です。通常の OLS では、価格の係数は-2.93 と 0 に近い値となります。これに対して、2SLS では、操作変数としてどちらを用いても、価格の係数は-7.5 程度です（よって、価格が 1%上昇すると需要量は 7.5%減少する)。操作変数の選択に対して、推定結果は頑健となります。

まとめると、内生性を考慮することで、価格の係数は倍以上と推定されており、内生性の問題が深刻であったかが分かります。

表 2: 第 2 段階の推定結果（需要曲線の推定）

	(1)	(2)	(3)
定数項	20.14*** (3.11)	45.19*** (8.26)	47.94*** (14.84)
価格	-2.93*** (0.33)	-7.41*** (0.97)	-7.89*** (2.29)
所得	2.83 (2.26)	8.62* (4.84)	9.52 (6.02)
OBS	132	132	132

注：OLS または 2SLS を用いて推計した需要関数の推計結果です。カッコ内は標準誤差。***は 1%有意，**は 5%有意，*は 10%有意を示します。また、obs はサンプルサイズです。

この例では、収穫前の気候情報は、供給曲線を変化させるが、需要曲線には影響を与えないとしています。この仮定は常に使えるわけではなく、財の種類によっては不適当な仮定であるかもしれません。

たとえば、コーヒー市場を考えましょう。仮に収穫前の気候が悪く、コーヒ

ー豆の収穫量が減少したとしましょう。これは供給曲線を上方にシフトさせるショックです。このとき、コーヒー会社は、コーヒー豆を買い占めて、将来の価格高騰に備えようとするかもしれません。これは現在の需要曲線を上方にシフトさせるでしょう。この話が正しいなら、収穫前の気候情報は、供給曲線だけでなく、需要曲線もシフトさせることから、操作変数として不適当となります。

この例を通じて、分析者は関心ある市場に関して、気候などの情報が操作変数として適切であるかを、十分に考察することが重要ということがわかります。

供給曲線の推定方法

供給曲線は次のとおりです。

$$Q_i^S = \alpha_S + \beta_S P_i + u_{Si}$$

市場均衡では$Q_i = Q_i^D = Q_i^S$となるため、上式の需要量Q_i^Sを均衡数量Q_iで置き換えると、次のようになります。

$$Q_i = \alpha_S + \beta_S P_i + u_{Si}$$

操作変数Z_iとしては、需要曲線だけをシフトさせる要因が考えられます。操作変数Z_iは、需要曲線をシフトさせるため、価格P_iと相関しますが、供給ショックu_{Si}とは無相関です (図 2(b)参照)。操作変数としては、代替財の価格が考えられます。

たとえば、メロン市場の供給曲線を推定したいとします。このとき、代替材としてスイカが考えられます。スイカの価格が上がっても、メロン市場の供給曲線は一定ですが、メロンの需要曲線は上方にシフトします。このため、スイカの価格は操作変数の候補となります。

補足：証明

価格と数量の式を導出します。均衡条件（$Q_i^D = Q_i^S$）から

$$\alpha_D + \beta_D P_i + u_{Di} = \alpha_S + \beta_S P_i + u_{Si}$$

となり、これをPについて解くと、

$$(\beta_D - \beta_S)P_i = (\alpha_S - \alpha_D) + (u_{Si} - u_{Di})$$

よって、両辺を$\beta_D - \beta_S$で割れば、価格の式が導かれます。

$$P_i = \frac{\alpha_S - \alpha_D}{\beta_D - \beta_S} + \frac{u_{Si} - u_{Di}}{\beta_D - \beta_S}$$

需要曲線に、上記の式を代入すると、次のようになります（$Q_i = Q_i^D$から、Q_i^DをQ_iで置き換えました）。

$$Q_i = \alpha_D + \beta_D\left(\frac{\alpha_S - \alpha_D}{\beta_D - \beta_S} + \frac{u_{Si} - u_{Di}}{\beta_D - \beta_S}\right) + u_{Di}$$

$$= \frac{\alpha_D\beta_D - \alpha_D\beta_S}{\beta_D - \beta_S} + \frac{\alpha_S\beta_D - \alpha_D\beta_D}{\beta_D - \beta_S} + \frac{\beta_D u_{Si} - \beta_D u_{Di}}{\beta_D - \beta_S} + \frac{\beta_D u_{Di} - \beta_S u_{Di}}{\beta_D - \beta_S}$$

$$= \frac{\alpha_S\beta_D - \alpha_D\beta_S}{\beta_D - \beta_S} + \frac{\beta_D u_{Si} - \beta_S u_{Di}}{\beta_D - \beta_S}$$

P_iの分散、P_iとQ_iの共分散を求めましょう。u_{Si}とu_{Di}は期待値 0 から、先ほど求めた価格と数量の式の期待値をとると、それぞれ以下となります。

$$E[P_i] = \frac{\alpha_S - \alpha_D}{\beta_D - \beta_S}$$

$$E[Q] = \frac{\alpha_S\beta_D - \alpha_D\beta_S}{\beta_D - \beta_S}$$

P_iの分散は、次のようになります（仮定から、$E[u_{Si}^2] = \sigma_S^2$、$E[u_{Di}^2] = \sigma_D^2$、$E[u_{Si}u_{Di}] = 0$としました）。

$$V(P) = E[(P_i - E[P_i])^2]$$

$$= E\left[\left(\frac{u_{Si} - u_{Di}}{\beta_D - \beta_S}\right)^2\right]$$

$$= \left(\frac{1}{\beta_D - \beta_S}\right)^2 E[(u_{Si} - u_{Di})^2]$$

$$= \left(\frac{1}{\beta_D - \beta_S}\right)^2 E[u_{Si}^2 + u_{Di}^2 - 2u_{Si}u_{Di}]$$

$$= \left(\frac{1}{\beta_D - \beta_S}\right)^2 (\sigma_S^2 + \sigma_D^2)$$

次に、P_iとQ_iの共分散は、次のようになります。

$$Cov(P_i, Q_i) = E[(P_i - E[P_i])(Q_i - E[Q_i])]$$

$$= E\left[\left(\frac{u_{Si} - u_{Di}}{\beta_D - \beta_S}\right)\left(\frac{\beta_D u_{Si} - \beta_S u_{Di}}{\beta_D - \beta_S}\right)\right]$$

$$= \left(\frac{1}{\beta_D - \beta_S}\right)^2 E[(u_{Si} - u_{Di})(\beta_D u_{Si} - \beta_S u_{Di})]$$

$$= \left(\frac{1}{\beta_D - \beta_S}\right)^2 (\beta_D E[u_{Si}^2] + \beta_S E[u_{Di}^2] - \beta_S E[u_{Si} u_{Di}] - \beta_D E[u_{Si} u_{Di}])$$

$$= \left(\frac{1}{\beta_D - \beta_S}\right)^2 (\beta_D \sigma_S^2 + \beta_S \sigma_D^2)$$

練習問題

1.