2018/02/02

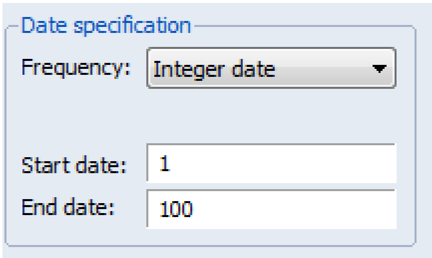
新谷元嗣、藪友良、高尾庄吾

2 章：定常時系列モデル

ここでは教科書 2 章(定常時系列モデル)の内容を再現する。具体的には、ARMA モデルにおける同定・推定の手順、構造変化の問題を扱う。

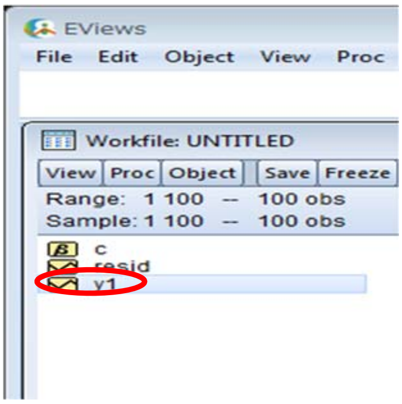
1　コレログラム

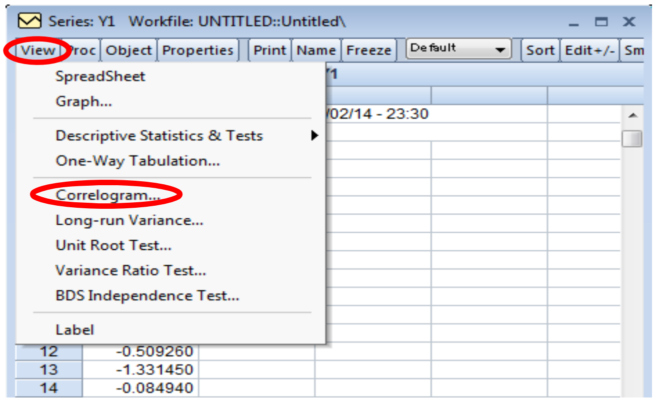
Workfile を新規作成し、ホームページの SIM2.xls から、データを読み込もう。人工的に発生させたデータなので、Date specification は Integer date とする。データは計 100 個あるので Start date は 1、End date は 100 とする。



系列 y1 は、AR(1)過程 $y_t=0.7y_{t-1}+\varepsilon_t$ から発生させたデータであるが、ここではデータ生成過程（DGP）を知らないとして分析を進める（詳しくは教科書 2 章 7 節 AR(1)過程、また表 2.2 を参照されたい）。

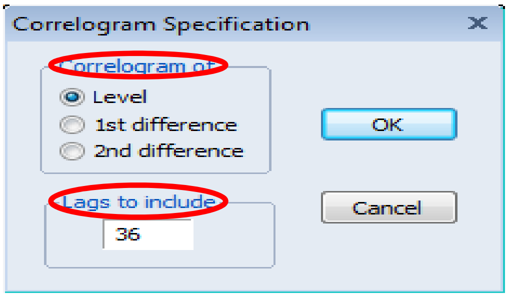
まず自己相関や偏自己相関を計算しよう。左下図の系列 y1 をダブルクリックし、y1 の Series ウィンドウを表示する。Series ウィンドウのメニューバーから「View」→「Correlogram」を選択すると（右下図）、Correlogram Specification ウィンドウが表示される。



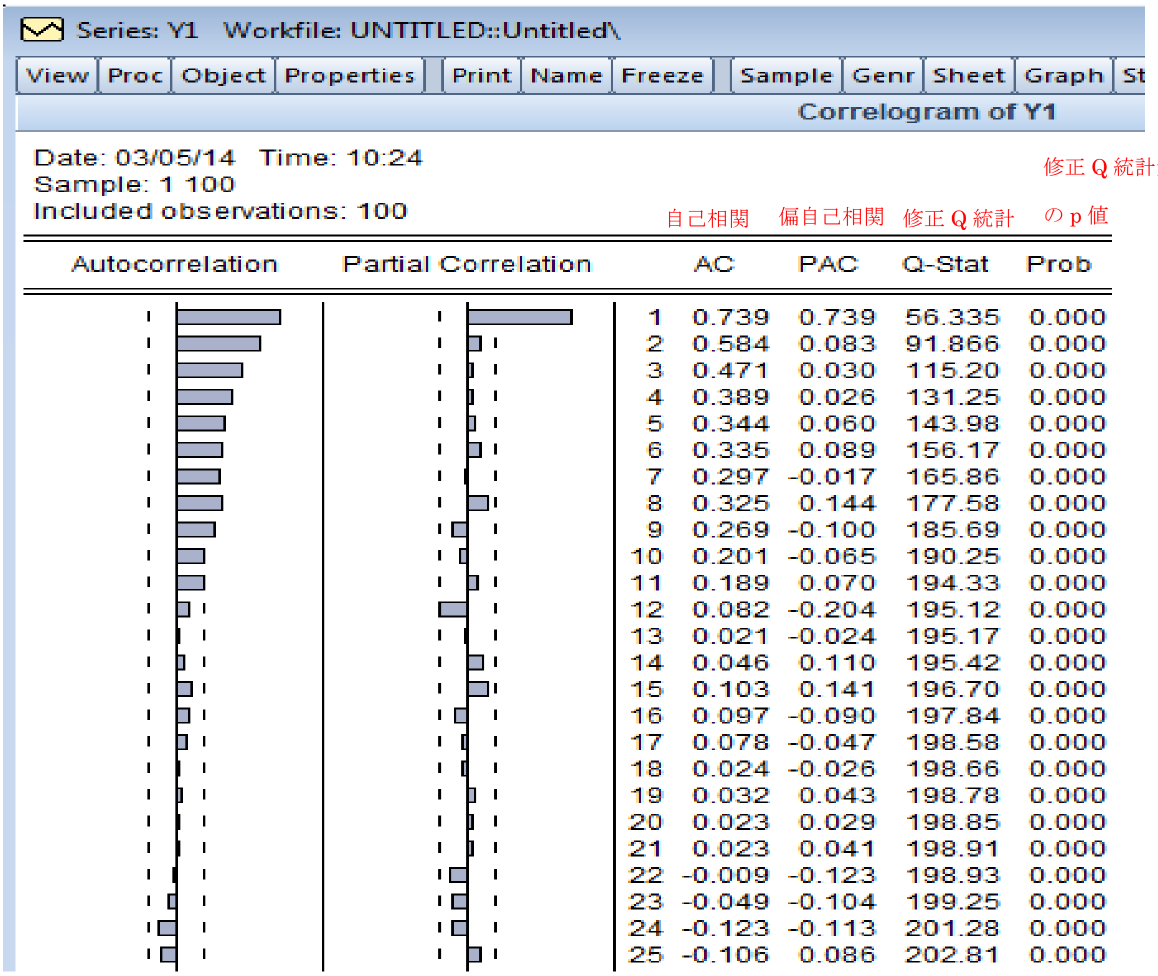


Correlogram Specification ウィンドウでは、Correlogram of と Lags to include のボックスがある（下図参照）。Correlogram of では、データの変換方法を選択し（Level: 水準のま

ま、1st difference: 1 階の階差、2nd difference: 2 階の階差）、Lags to include では、何次のラグまで考慮するかを指定する。ここで次数は 36 としている。



OK を押すと、自己相関関数（autocorrelation function, ACF）、偏自己相関（partial autocorrelation function, PACF）および Q 統計量が表示される（下図参照）。



	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	0.739	0.739	56.335	0.000
2	0.584	0.083	91.866	0.000
3	0.471	0.030	115.20	0.000
4	0.389	0.026	131.25	0.000
5	0.344	0.060	143.98	0.000
6	0.335	0.089	156.17	0.000
7	0.297	-0.017	165.86	0.000
8	0.325	0.144	177.58	0.000
9	0.269	-0.100	185.69	0.000
10	0.201	-0.065	190.25	0.000
11	0.189	0.070	194.33	0.000
12	0.082	-0.204	195.12	0.000
13	0.021	-0.024	195.17	0.000
14	0.046	0.110	195.42	0.000
15	0.103	0.141	196.70	0.000
16	0.097	-0.090	197.84	0.000
17	0.078	-0.047	198.58	0.000
18	0.024	-0.026	198.66	0.000
19	0.032	0.043	198.78	0.000
20	0.023	0.029	198.85	0.000
21	0.023	0.041	198.91	0.000
22	-0.009	-0.123	198.93	0.000
23	-0.049	-0.104	199.25	0.000
24	-0.123	-0.113	201.28	0.000
25	-0.106	0.086	202.81	0.000

自己相関 AC、偏自己相関 PAC は、0 次においては定義により 1 となる。よって、この図では、1 次から AC と PAC が計算されている。また、左図の縦に引かれた点線は、0 を中心とした 2 標準誤差区間を表している。この区間はデータの個数を T とし、$\pm 2T^{-1/2}$ として計算される（この場合、T=100 なので $2T^{-1/2}=0.2$ となる）。もしホワイトノイズであれば、この点線を超える確率は約 5%となる。ゆえに、この点線の中に納まっているかをみることで、

ホワイトノイズとみなせるかを確認できる。この場合、自己相関は徐々に低下しているが、次数が 10 まで±0.2 を超えている。また、偏自己相関に関しては、次数 1、12 だけが±0.2 を超えている。この結果から、やはり AR(1)モデルが有力と推察される。ただし、偏自己相関は 12 次で高い値(-0.204)をとっており、分析者が真の DGP を知らなければ、12 次の MA 項 ε_{t-12} を含める必要があると考えるかもしれない。

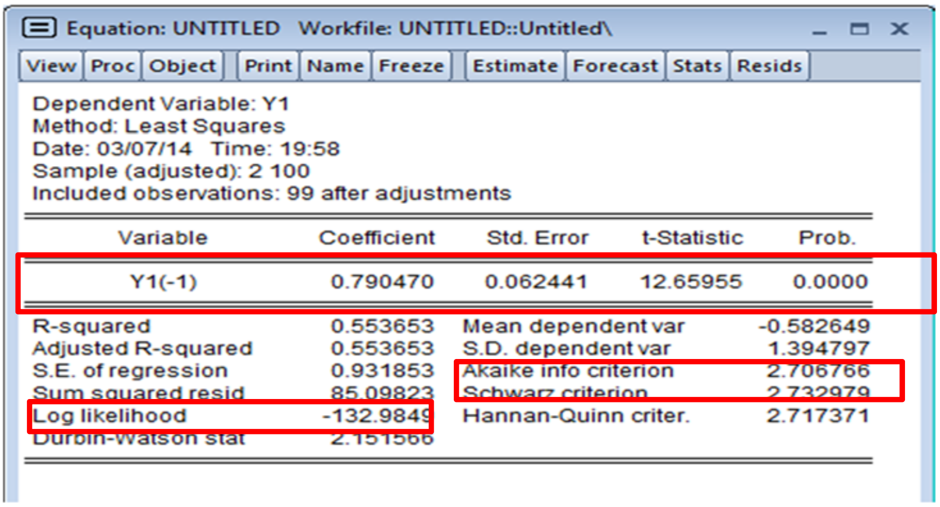
Q 統計量（Q-Stat）は、リュン＝ボックスの修正 Q 統計量であり、グループで自己相関がすべて 0 であるかを検定する。たとえば、5 次で Q(5)=143.98 であるが、これは 5 次までの自己相関がすべて 0 という帰無仮説を検定するための統計量である。対応する p 値は 0.000 であるため、有意水準 1%で帰無仮説は棄却される。つまり、系列相関が存在しない、とはいえない。

2. ARMA モデル

EViews における ARMA モデルの推定の手順を確認する。これは教科書の表 2.2 の結果の再現にあたるが、推定方法が微妙に異なるため、推定結果が多少異なっていることに注意されたい。変数 y1 について、AR(1)モデル $y_t = a_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$ を推定するには、

ls y1 y1(-1)

と入力すればよい。そうすると、下図のような推定結果が表示される。


Equation: UNTITLED Workfile: UNTITLED::Untitled\
View | Proc | Object | Print | Name | Freeze | Estimate | Forecast | Stats | Resids

Dependent Variable: Y1
Method: Least Squares
Date: 03/07/14 Time: 19:58
Sample (adjusted): 2 100
Included observations: 99 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
Y1(-1)	0.790470	0.062441	12.65955	0.0000

R-squared	0.553653	Mean dependent var	-0.582649
Adjusted R-squared	0.553653	S.D. dependent var	1.394797
S.E. of regression	0.931853	Akaike info criterion	2.706766
Sum squared resid	85.09823	Schwarz criterion	2.732979
Log likelihood	-132.9849	Hannan-Quinn criter.	2.717371
Durbin-Watson stat	2.151566		

係数は 0.790470 であり、1 を下回る（安定条件と整合的）。ただし、これが有意に 1 を下回るかは、単位根検定をする必要があるが、これは 4 章で詳しく説明する。

次に、情報量規準について考えてみよう。教科書では、

$$\mathrm{AIC} = T\ln(SSR) + 2n、\mathrm{SBC} = T\ln(SSR) + n\ln(T)$$

と定義された（SSR は残差 2 乗和である）。しかし、EViews では、情報量基準は教科書の定義と異なり、

$$\mathrm{AIC}^* = -2\ln(L)/T + 2n/T、\mathrm{SBC}^* = -2\ln(L)/T + n\ln(T)/T$$

として計算される。ただし、L は対数尤度(log likelihoood)である。教科書 2 章の練習問題 8 で説明した通り、どちらの定義を用いても選ばれる次数は同じである。推定結果を見ると、L=-132.9849、n=1（パラメータ数）、T=99（included observation）から

$$\text{AIC*} = -2\times(-132.9849)/99+2/99=2.706766,$$

$$\text{SBC}^{*} = -2\times(-132.9849)/99 + \ln(99)/99=2.732979$$

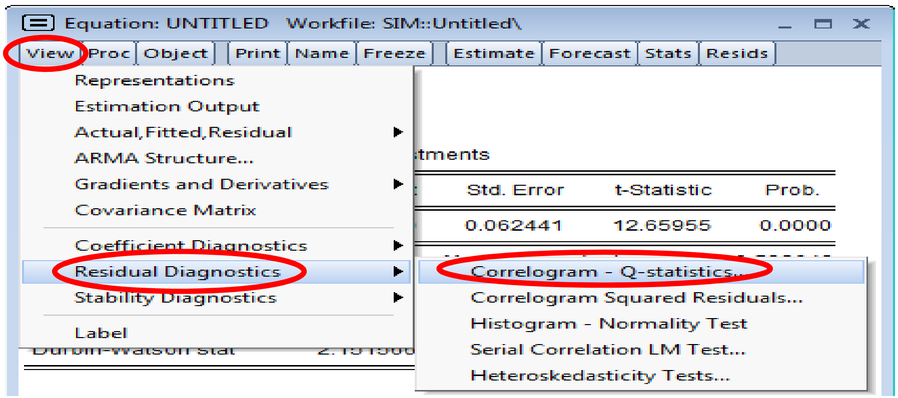
となる（ラグが 1 つ説明変数にあるのでサンプルサイズが 1 減って T=99 となる）。同様に、教科書の定義で計算すると、残差 2 乗和(Sum of squared resid)は 85.09823 であるから、

$$\text{AIC} = T\ln(\text{SSR}) + 2n = 99\times\ln(85.09823)+2\times1=441.9、$$

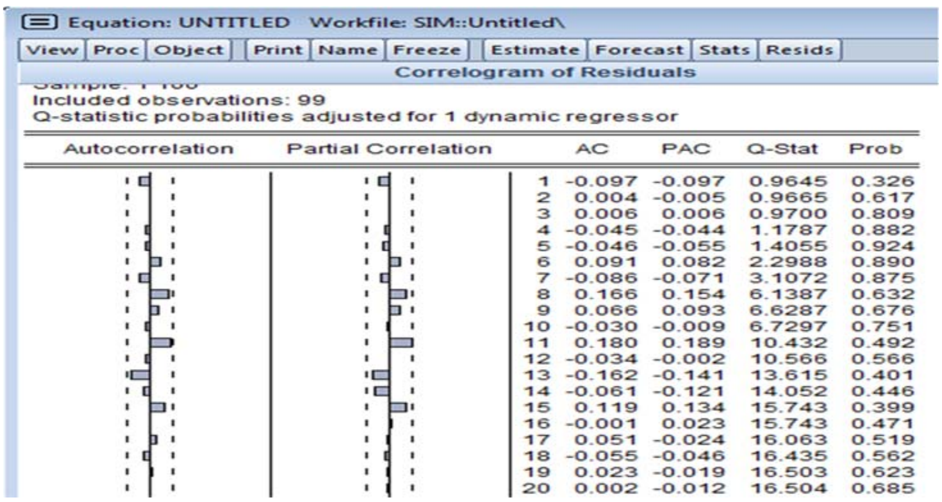
$$\text{SBC} = T\ln(\text{SSR}) + n\ln(T)=99\times\ln(85.09823)+1\times\ln(99)=444.5$$

となる。

　推定残差のコレログラムを作成し、モデルが適当かどうか診断しよう。モデルを推定した後、Equation ウィンドウの「View」→「Residual Diagnostics」→「Correlogram-Qstatistics」を選択する。



こうすると、Lag Specification ウィンドウが表示される。たとえば、次数を 36 とし、OK を押すと残差のコレログラムと修正 Q 統計量が表示される。

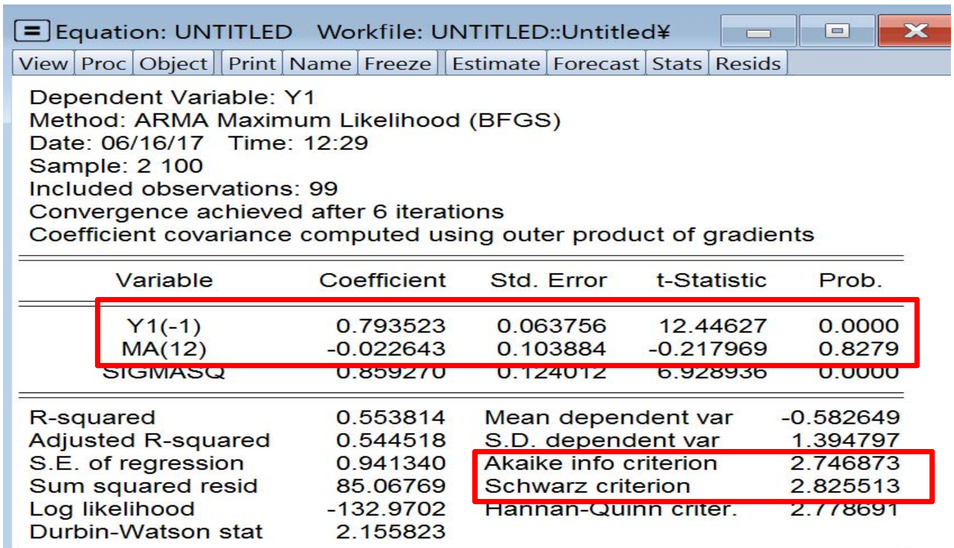


残差の ACF と PACF はほぼ 0 となる。図の左側をみると、点線が表示されている。これは 0 を中心とした 2 標準誤差区間を表している。もしホワイトノイズであれば、この点線を超える確率は約 5%となる。この場合、自己相関、偏自己相関ともに区間内に収まっていると確認できる。修正 Q 統計量は小さな値を取っており、どの次数についても p 値は 10%を上回る。以上から、残差はホワイトノイズであり、AR(1)は適切なモデルといえる。

次に、モデル 2 として、AR(1)に 12 次の MA 項 $\beta_{12}\varepsilon_{t-12}$ を含めたモデルを考えよう。この ARMA モデル $y_t=a_1y_{t-1}+\varepsilon_t+\beta_1\varepsilon_{t-12}$ は、

ls y1 y1(-1) ma(12)

と入力すれば最尤法(ML)によって推定される(MA 項がある場合は OLS ではなく ML によって推定される)。推定結果は以下の通りである。β_{12} の推定値は-0.023 と小さく、また有意でもない。したがって、モデル 1 から、ε_{t-12} は除かれるべきである。さらに、ARMA モデルでは AIC* =2.746873、 SBC* =2.825513 であり、AR(1)モデルに比べて値が大きくなっている。以上から、AR(1)モデルの方が望ましいモデルといえる。


Equation: UNTITLED Workfile: UNTITLED::Untitled¥

View | Proc | Object | Print | Name | Freeze | Estimate | Forecast | Stats | Resids

Dependent Variable: Y1
Method: ARMA Maximum Likelihood (BFGS)
Date: 06/16/17 Time: 12:29
Sample: 2 100
Included observations: 99
Convergence achieved after 6 iterations
Coefficient covariance computed using outer product of gradients

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
Y1(-1)	0.793523	0.063756	12.44627	0.0000
MA(12)	-0.022643	0.103884	-0.217969	0.8279
SIGMASQ	0.859270	0.124012	6.928936	0.0000

R-squared	0.553814	Mean dependent var	-0.582649
Adjusted R-squared	0.544518	S.D. dependent var	1.394797
S.E. of regression	0.941340	Akaike info criterion	2.746873
Sum squared resid	85.06769	Schwarz criterion	2.825513
Log likelihood	-132.9702	Hannan-Quinn criter.	2.778691
Durbin-Watson stat	2.155823		

教科書の表 2.2 と同じ結果を得るためには、まず「Estimate」をクリックして「Equation Estimation」から「Options」を選んで、「Method」から「CLS」を選べばかなり近い結果となる。どちらの手法を用いても、主要な結果は同じなのであまり気にする必要はない。

3. 構造変化

長期間の経済データを扱う場合、モデルのパラメータ自体が変化することは少なくない。ここでは教科書 2 章で学習した構造変化の検定について、その手順を確認しよう。

バブル崩壊前後など、構造変化があったと考えられる時点が明らかである場合、チョウ検定を用いることができる。ここでは、YBREAK.xls を用いて確認しよう。データは 1 系列からなり、y_break と名前がついている。このデータは、次のデータ生成過程（DGP）

$$y_t = 1 + 0.5y_{t\text{-}1} + \varepsilon_t \qquad (t \le 100)$$

$$y_t = 2.5 + 0.65y_{t\text{-}1} + \varepsilon_t \qquad (t > 100)$$

から発生させたものである（t_m=100）。100 期までは同じシステムであるが、101 期からは定数項と係数が変化した新しいシステムとなっている。しかし、ここでは DGP を知らないとして分析を進めよう。

3.1　ダミー変数

まずは、構造変化がないと考えて、AR(1)モデル $y_t = a_0 + a_1y_{t-1} + \varepsilon_t$ を推定する。

ls y_break c y_break(-1)

を入力すると、以下の推定結果が得られる。

Equation: UNTITLED　Workfile: UNTITLED::Untitled\

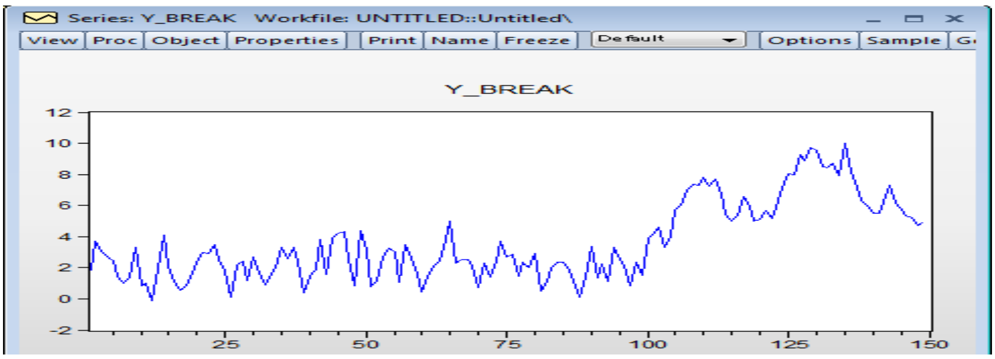
View | Proc | Object | Print | Name | Freeze | Estimate | Forecast | Stats | Resids

Dependent Variable: Y_BREAK
Method: Least Squares
Date: 06/10/14　Time: 15:38
Sample (adjusted): 2 150
Included observations: 149 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.444153	0.168534	2.635390	0.0093
Y_BREAK(-1)	0.882234	0.038756	22.76399	0.0000

R-squared	0.779014	Mean dependent var	3.622369
Adjusted R-squared	0.777510	S.D. dependent var	2.442898
S.E. of regression	1.152286	Akaike info criterion	3.134704
Sum squared resid	195.1811	Schwarz criterion	3.175026
Log likelihood	-231.5355	Hannan-Quinn criter.	3.151086
F-statistic	518.1994	Durbin-Watson stat	2.349044
Prob(F-statistic)	0.000000		

ここで系列 y_break のグラフを図示してみよう。下図を見ると、100 期前後から系列の値が上昇しており、構造変化の可能性が疑われる。



構造変化が存在したのか、を調べるにはチョウ検定を行えばよい。まずは、定数項だけに構造変化があったかを調べてみよう。ここで、$t \le 100$ の範囲で 0、$t > 100$ の範囲で 1 をとるダミー変数を d100 として定義する。

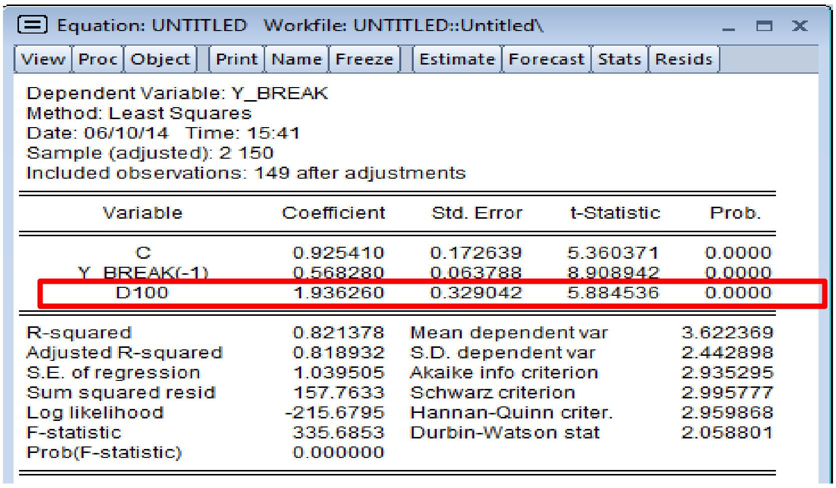
genr d100 = @date > @dateval("100")

「@date」は時点を返す関数で、特定の時点を指定する「@dateval」と一緒に用いることで、時点をもとにした論理式を作ることができる[1]。この論理式@date > @dateval("100")は時点が 100 を超えたら正しいので、そのとき d100=1 となる。逆に、時点が 100 以下なら論理式が誤っているので d100=0 となる。

定数項の変化を調べたい場合、先の AR(1)にダミー変数を加えて推定し、ダミー変数の係数が有意かをみる。コマンドとして

ls y_break c y_break(-1) d100

を入力すると、下記の推計結果が得られる。


Equation: UNTITLED Workfile: UNTITLED::Untitled\

View | Proc | Object | Print | Name | Freeze | Estimate | Forecast | Stats | Resids

Dependent Variable: Y_BREAK
Method: Least Squares
Date: 06/10/14 Time: 15:41
Sample (adjusted): 2 150
Included observations: 149 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.925410	0.172639	5.360371	0.0000
Y_BREAK(-1)	0.568280	0.063788	8.908942	0.0000
D100	1.936260	0.329042	5.884536	0.0000

R-squared	0.821378	Mean dependent var	3.622369
Adjusted R-squared	0.818932	S.D. dependent var	2.442898
S.E. of regression	1.039505	Akaike info criterion	2.935295
Sum squared resid	157.7633	Schwarz criterion	2.995777
Log likelihood	-215.6795	Hannan-Quinn criter.	2.959868
F-statistic	335.6853	Durbin-Watson stat	2.058801
Prob(F-statistic)	0.000000		

これを見ると、d100 の t 値は高く、1%水準で有意に 0 と異なる。つまり、定数項には構造変化があったといえる。この推定結果から、定数項は $t \leq 100$ の範囲で d100=0 となるため 0.9254 であり、$t > 100$ の範囲で d100=1 となるため 2.8614(=0.9254+1.936)となる。

定数だけでなく、係数の変化も調べたい場合は、係数ダミー（定数ダミーと変数の交差項）を用いる。これを用いれば、AR 係数の変化を捉えることができる。先の例で、d100 と y_break の交差項を dy として、推計式にくわえる。交差項 dy は

genr dy= d100*y_break(-1)

と入力すれば作成できる。そして、新しいモデルは

ls y_break c y_break(-1) d100 dy

として推定する。推計結果を見ると、定数ダミーd100は10%水準で有意ではないが、係数ダミーdyは1%水準で有意な結果となっている。

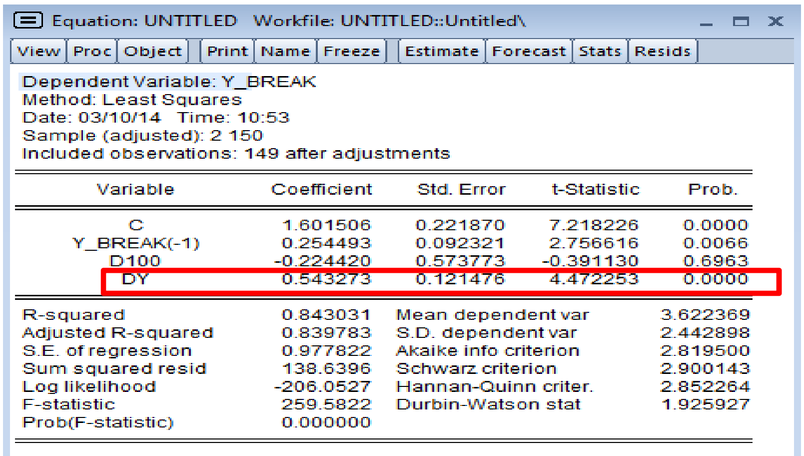
1 通常の時系列データでは時間によってデータが記録される。たとえば、四半期データを扱っていて、1981 年第 4 四半期までは 0、1982 年第 1 四半期からは 1 というダミー変数を作りたいなら、

genr d1982_1 = @date > @dateval("1981:4")

もしくは、

genr d1982_1 = @date > @dateval("1981qIV")

とすればよい。



Equation: UNTITLED Workfile: UNTITLED::Untitled\

View | Proc | Object | Print | Name | Freeze | Estimate | Forecast | Stats | Resids

Dependent Variable: Y_BREAK
Method: Least Squares
Date: 03/10/14 Time: 10:53
Sample (adjusted): 2 150
Included observations: 149 after adjustments

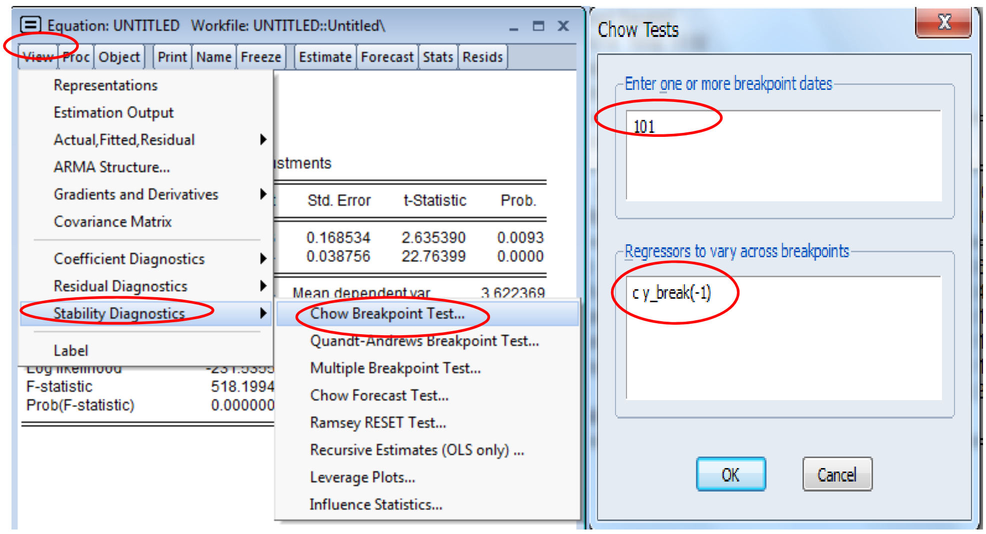
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.601506	0.221870	7.218226	0.0000
Y_BREAK(-1)	0.254493	0.092321	2.756616	0.0066
D100	-0.224420	0.573773	-0.391130	0.6963
DY	0.543273	0.121476	4.472253	0.0000

R-squared	0.843031	Mean dependent var	3.622369
Adjusted R-squared	0.839783	S.D. dependent var	2.442898
S.E. of regression	0.977822	Akaike info criterion	2.819500
Sum squared resid	138.6396	Schwarz criterion	2.900143
Log likelihood	-206.0527	Hannan-Quinn criter.	2.852264
F-statistic	259.5822	Durbin-Watson stat	1.925927
Prob(F-statistic)	0.000000		

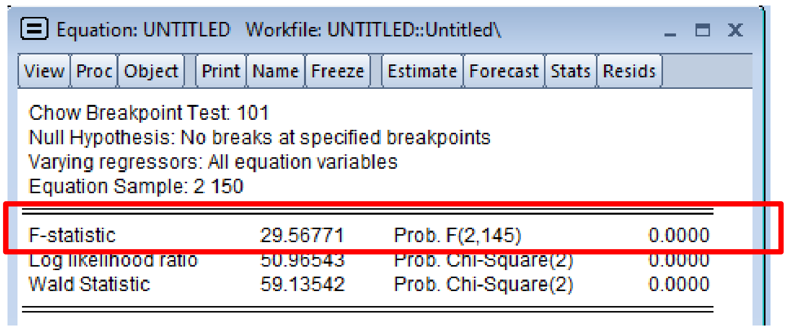
ここでAR係数に注目すると、$t \leq 100$の範囲ではdyは0となるため、AR係数は0.254であるが、$t > 100$の範囲ではdyの係数は0.543となるため、AR係数は0.797(=0.254+0.543)となる。以上から、構造変化が存在しており、単純なAR(1)モデルは誤っているといえる。

3.2 チョウ検定

ここでも AR(1)モデル $y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$のパラメータ$(a_0, a_1)$に構造変化があったかをチョウ検定を用いて調べる。3.1 節では、ダミー変数と係数ダミーを用いて検定したが、ここでは EViews のコマンドを使っておこなう。チョウ検定を行う場合は、AR(1)モデルを推定した後、Equation ウィンドウの「View」→「Stability Diagnostics」→「Chow Breakpoint Test」を選択する（左下図）。そうすると、Chow Test ウィンドウがでてくる（右下図）。右上のボックスに、構造変化と疑われる時点として、101 を入力して OK を押す（EViews では、t_m=100 ではなく、t_m+1=101 を入力すること）。右下のボックスには、構造変化が生じたと思われる変数を入力する。ここでは、定数だけでなく係数の変化した可能性があるとして、c y_break(-1)とした（これは定数ダミーと係数ダミーを含めるということである）。



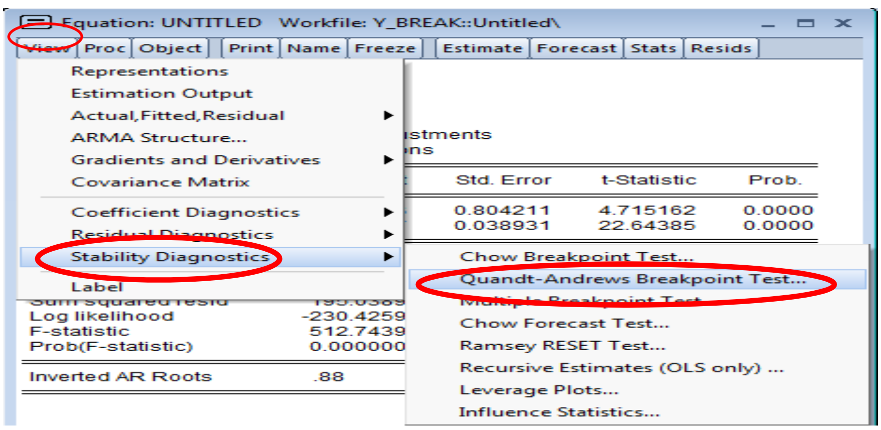
OK をクリックすると下画面が表示される。ここで帰無仮説（Null hypothesis）は「構造変化がない（No breaks at specified breakpoints）」である。F 値(F-statistic)は 29.57 と高く、帰無仮説は有意水準 1%で棄却される。Prob. F(2,145)は F 統計量の p 値であり、これが 1%を下回っていることが確認できる。このことから、100 から 101 期にかけて構造変化があったといえる。



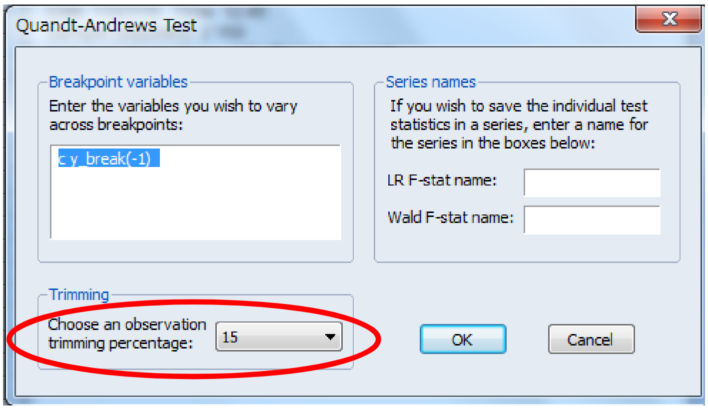
構造変化が未知の場合の構造変化の検定

分析の際には、構造変化時点があらかじめ分かっていないことも多い。その場合、構造変化の候補日のすべての時点でチョウ検定を行い、それぞれの F 統計量を算出したうえで、その最大値を求める。これは *SupF* 検定と呼ばれる。Eviews では、考案者の名前をとって Quandt-Andrews Test と表記される。

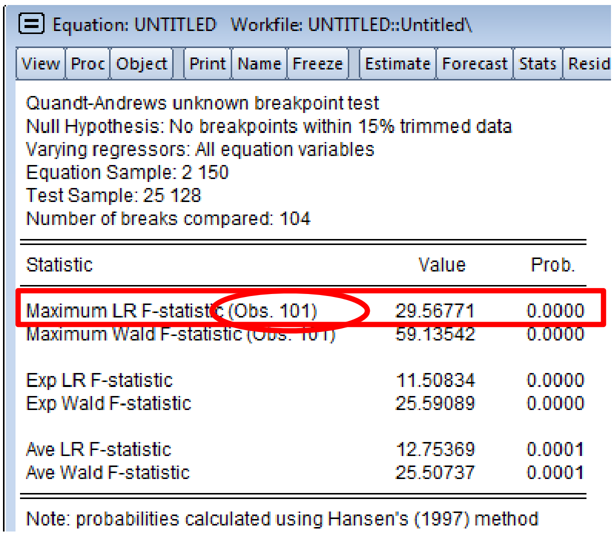
同じデータを用いて SupF 検定を行ってみよう。AR(1)モデルを推定した後、Equation ウィンドウの「View」→「Stability Diagnostics」→「Quandt-Andrews Breakpoint Test」を選択する。



そうすると、下図の Quandt-Andrews Test ウィンドウが表示させる。Trimming percentage では、最初と最後の何%のデータを構造変化の候補日から除くかを設定できる。たとえば、デフォルトでは 15%となっており、これは最初の 15%、最後の 15%のデータが候補日から除かれることを意味する。ここでは、Trimming で刈り込みの割合を 15%とし、OK を押す。



帰無仮説は「構造変化が存在しない（No break points within 15% trimmed data）」である。F 統計量（Maximum LR F-statistic）をみるとその値は 29.57 となっている(SupF=29.56)。また、p 値は 1%を下回っているため、有意水準 1%で構造変化がないという帰無仮説が棄却される。ここで、(Obs.101)となっているが、これは t_m+1 = 101 ということである。つまり、100 から 101 期にかけて構造変化が起きたことを示唆している。また、Test sample が 25　128 となっているが、これは構造変化の候補日が 25 から 128 であることを意味している[2]。


Equation: UNTITLED   Workfile: UNTITLED::Untitled\

View | Proc | Object | Print | Name | Freeze | Estimate | Forecast | Stats | Resid

Quandt-Andrews unknown breakpoint test
Null Hypothesis: No breakpoints within 15% trimmed data
Varying regressors: All equation variables
Equation Sample: 2 150
Test Sample: 25 128
Number of breaks compared: 104

Statistic	Value	Prob.
Maximum LR F-statistic (Obs. 101)	29.56771	0.0000
Maximum Wald F-statistic (Obs. 101)	59.13542	0.0000
Exp LR F-statistic	11.50834	0.0000
Exp Wald F-statistic	25.59089	0.0000
Ave LR F-statistic	12.75369	0.0001
Ave Wald F-statistic	25.50737	0.0001

Note: probabilities calculated using Hansen's (1997) method

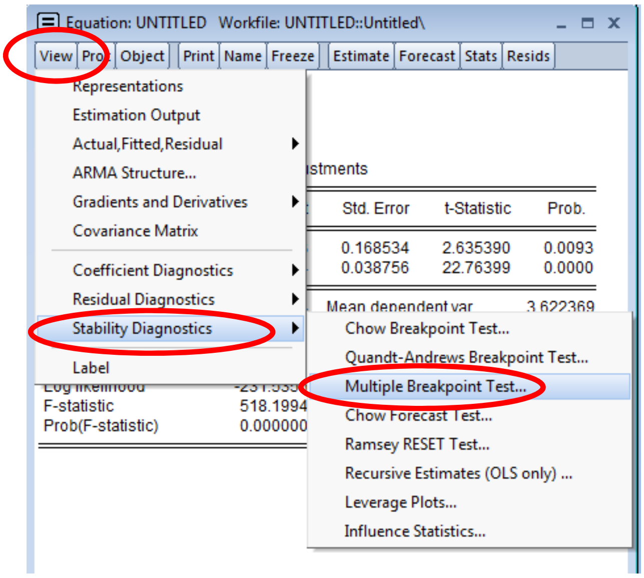
構造変化が複数の場合

これまで構造変化の数が 1 つとしたが、構造変化が複数回ある可能性を疑っているなら、バイ=ペロン(Bai-Perron)検定を行えばよい。バイ=ペロン検定では、帰無仮説は「構造変化は ℓ 個」、対立仮説は「構造変化は ℓ+1 個」としている。この検定量は、常に正の値をとり、臨界値を上回ったとき、帰無仮説が棄却される。そして、この検定を、ℓ=0 か

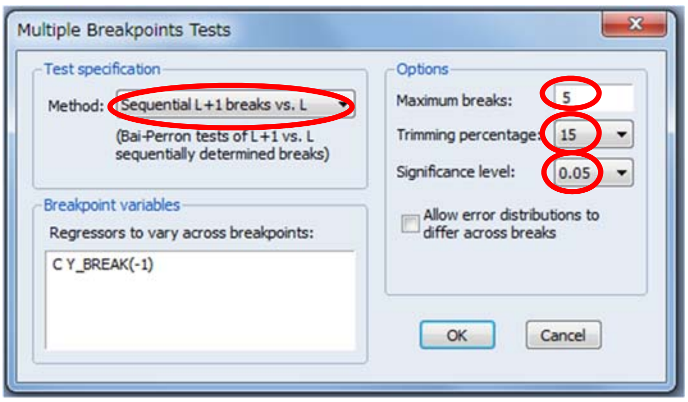
[2] 0.15T=0.15×149=22.35 となっている（説明変数にラグがあるので、データは 2 から 150 まで）。つまり、データは 24.35 から（データは 2 からスタートなので 24.35=2+22.35）、127.65(=150−22.35)までである。このため構造変化の候補日は 25 から 128 までとしている。

ら始めて、帰無仮説が採択されるまで ℓ の数を増やしながら検定が行われる。たとえば、帰無仮説 ℓ=0(構造変化なし)として帰無仮説が棄却されたら、今度は、帰無仮説 ℓ=1（小僧変化は 1 回だけ）として検定をする。もしこれが採択されたら、構造変化は 1 回と判断される。

これまでと同じデータを用いてバイ=ペロン検定を行ってみよう。Equation ウィンドウの「View」→「Stability Diagnostics」→「Multiple Breakpoint Test」を選択する。

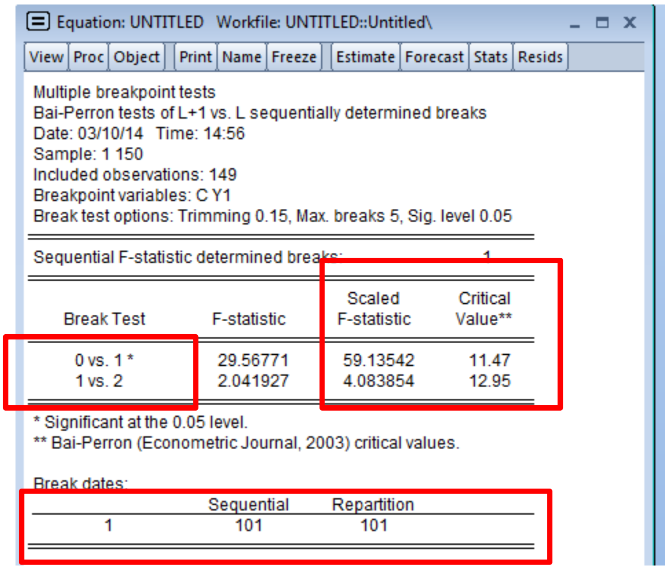


そうすると、下図の Multiple Breakpoint Tests ウィンドウが表示される。



Maximum breaks では、最大で何個の構造変化までを許容するかを設定できる。デフォルトは 5 となっている。Significance level は検定（帰無仮説は「構造変化は ℓ 個」、対立仮説は「構造変化は ℓ+1 個」）としたときの有意水準であり、デフォルトは 5%となっている。有意水準を低く設定すると、構造変化がない、もしくは構造変化が少ないという結果が得られやすくなる。Trimming percentage では、各システムにおいて最低でも何%分のデータが含まれなければならないかを指定できる。ここでは、Trimming で刈り込みの割合を 15%とし、OK を押す。

すべてデフォルトの値で OK を押すと、下図のような推定結果が表れる。



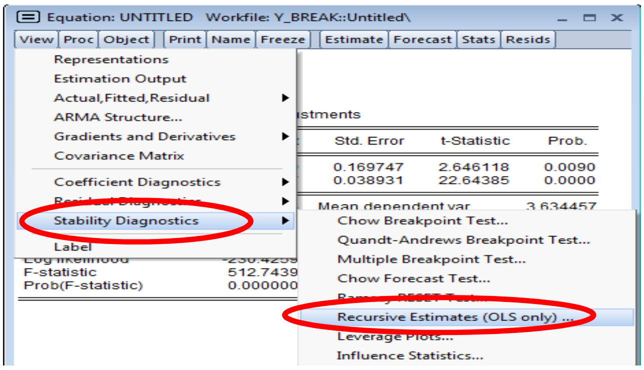
まず、0 vs. 1 とは、帰無仮説は「構造変化なし」とし、対立仮説は「構造変化は 1 つ」とした検定である。これをみると、検定統計量は 59.14 であり、これは臨界値(critical value)11.47 を上回る。つまり、「構造変化なし」という帰無仮説が棄却される。次に、1 vs 2 とは、帰無仮説は「構造変化は 1 つ」とし、対立仮説は「構造変化は 2 つ」とした検定である。検定統計量は 4.08 であり、これは臨界値である 12.95 を下回る。つまり、帰無仮説は採択される。以上から、構造変化は 1 つと分かる。また、構造変化日 Break dates は 101 となり、これは 100 期から 101 期にかけて構造が変わったことを意味する。

3.3 逐次推定

逐次推定することで、係数の安定性を確認できる。先のデータを用いて行ってみよう。まずコマンドを

ls y_break c y_break(-1)

と入力し推計結果の Equation ウィンドウを表示する。Equation ウィンドウの「View」→「Stability Diagnostics」→「Recursive Estimates(OLS only)」を選択する[3]。

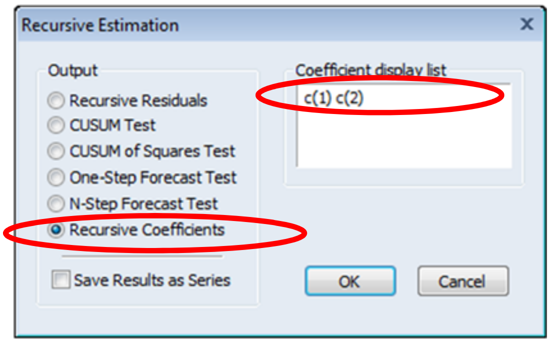


[3] 逐次推定は OLS のみでしか行えないことに注意しよう。

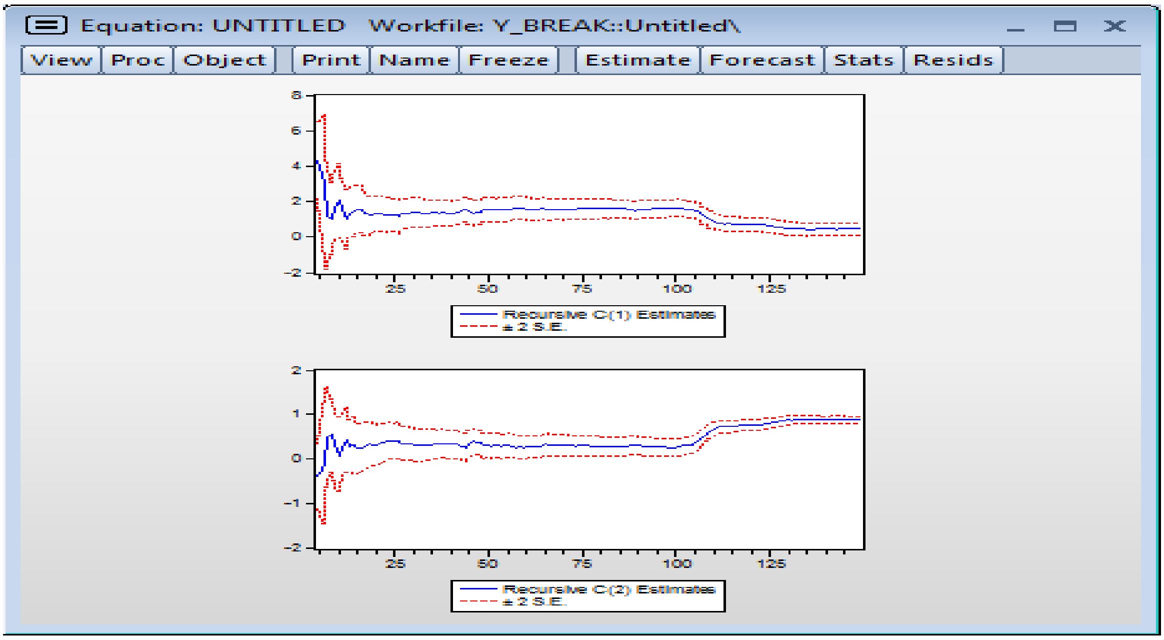
Recursive Estimation ウィンドウが表示されるので、Output で「Recursive Coefficients」を選択する。次に Coefficient display list で、表示する係数を指定する(EViews では、最初の説明変数の係数を c(1)と表し、2 番目の説明変数の係数を c(2)と表す)。この場合、説明変数は定数項を含めて 2 つだけなので、

c(1)　c(2)

とする。ここで、c(1)は定数項、c(2)は AR 係数に該当する。

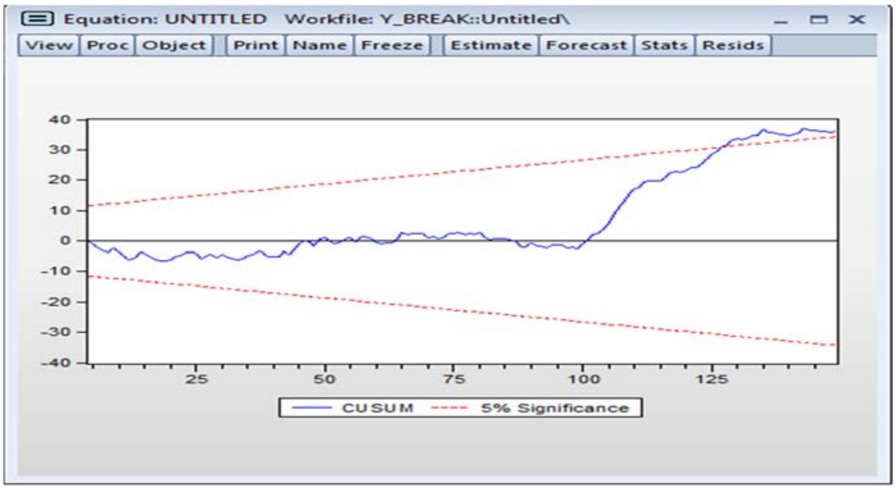


OK を押すと、推計期間を 1 期ずつ延長していったときの、係数の推計値とその信頼区間が Equation ウィンドウに結果として表示される。



3.4　CUSUM 検定

先と同様に、Equation ウィンドウの「View」→「Stability Diagnostics」→「Recursive Estimates(OLS only)」を選択し、Recursive Estimation ウィンドウを表示する。Output で「CUSUM Test」を選択して、OK を押すと以下のように結果が表示される



3.5　金利スプレッドの実証分析

最後に、教科書の 2 章 10 節、11 節例 4 で分析した金利スプレッドの推定結果を再現してみよう。ここではコマンドを簡単に説明する。QUARTELY.xls には、1960Q1 から 2012Q4 までのデータが含まれている。ここで、r5(5 年物金利)と tbill(米国短期証券の金利)を用いてスプレッド s を定義する。

```
genr s=r5-tbill
```

表 2.4 の結果を再現してみよう。まず、AR(7)なら

```
ls s c s(-1 to -7)
```

と入力する。そして OK をクリックすると、以下の結果が得られる。これは表 2.4 の AR(7)の推定とほぼ同じ結果である[4]。

Equation: UNTITLED   Workfile: UNTITLED::Untitled\

View | Proc | Object | Print | Name | Freeze | Estimate | Forecast | Stats | Resids

Dependent Variable: S
Method: Least Squares
Date: 11/21/16   Time: 14:44
Sample: 1961Q4 2012Q4
Included observations: 205

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.216587	0.064198	3.373724	0.0009
S(-1)	1.112226	0.070566	15.76146	0.0000
S(-2)	-0.450114	0.103962	-4.329589	0.0000
S(-3)	0.395756	0.107608	3.677747	0.0003
S(-4)	-0.295259	0.109169	-2.704597	0.0074
S(-5)	0.217236	0.107511	2.020585	0.0447
S(-6)	-0.296492	0.103792	-2.856610	0.0047
S(-7)	0.136017	0.070645	1.925353	0.0556

R-squared	0.771295	Mean dependent var	1.209805
Adjusted R-squared	0.763169	S.D. dependent var	0.969556
S.E. of regression	0.471838	Akaike info criterion	1.373879
Sum squared resid	43.85827	Schwarz criterion	1.503558
Log likelihood	-132.8226	Hannan-Quinn criter.	1.426331
F-statistic	94.91033	Durbin-Watson stat	2.001342
Prob(F-statistic)	0.000000		

---

[4] EViews の推定結果と表 2.4 を比べると、定数項 a_0 の値が大きく違う。これは本質的には重要ではない。同じ結果にしたいなら、コマンドを

```
ls s c ar(1 to 7)
```

とすればよい。ただし、ar(1 to 7)は被説明変数の 1 次から 7 次までのラグが入っていることを意味する。推定結果の違いは、モデルの定式化の違いから生じている。ls s c s(-1 to -7)では、モデルは $s_t=\mu+a_1 s_{t-1}+\ldots+a_7 s_{t-7}+\varepsilon_t$、ls s c ar(1 to 7)では、モデルは $s_t=\mu^*+u_t$、$u_t=a_1 u_{t-1}+\ldots+a_7 u_{t-7}+\varepsilon_t$ となる。後者のモデルは、前者のモデルに書き表すことができる。$s_t=c+u_t$ の両辺に$(1-a_1L-\ldots-a_7L^7)$を掛けると、$(1-a_1L-\ldots-a_7L^7)s_t=(1-a_1-\ldots-a_7)\mu^*+(1-a_1L-\ldots-a_7L^7)u_t$ となる。そして、$\varepsilon_t=(1-a_1L-\ldots-a_7L^7)u_t$ であるから、これは $s_t=(1-a_1-\ldots-a_7)\mu^*+a_1 s_{t-1}+\ldots+a_7 s_{t-7}+\varepsilon_t$ となる。つまり、後者の定数項 μ^*に$(1-a_1-\ldots-a_7)$を掛けると前者の定数項になる。

同様にして、ARMA(2,1)なら

ls s c s(-1 to -2) ma(1)

となる。

Equation: UNTITLED Workfile: UNTITLED::Untitled¥

View Proc Object Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids

Dependent Variable: S
Method: ARMA Maximum Likelihood (BFGS)
Date: 02/02/18 Time: 10:49
Sample: 1960Q3 2012Q4
Included observations: 210
Convergence achieved after 8 iterations
Coefficient covariance computed using outer product of gradients

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.314984	0.089310	3.526866	0.0005
S(-1)	0.436554	0.134111	3.255178	0.0013
S(-2)	0.301945	0.125511	2.405727	0.0170
MA(1)	0.683672	0.112441	6.080269	0.0000
SIGMASQ	0.218615	0.014753	14.81795	0.0000

R-squared	0.760887	Mean dependent var	1.214143
Adjusted R-squared	0.756222	S.D. dependent var	0.958462
S.E. of regression	0.473230	Akaike info criterion	1.368052
Sum squared resid	45.90910	Schwarz criterion	1.447745
Log likelihood	-138.6455	Hannan-Quinn criter.	1.400269
F-statistic	163.0842	Durbin-Watson stat	2.013215
Prob(F-statistic)	0.000000		

また、p=2、q=1,7 のケースでは、

ls s c s(-1 to -2) ma(1) ma(7)

となる。

Equation: UNTITLED Workfile: UNTITLED::Untitled¥

View Proc Object Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids

Dependent Variable: S
Method: ARMA Maximum Likelihood (BFGS)
Date: 02/02/18 Time: 10:50
Sample: 1960Q3 2012Q4
Included observations: 210
Convergence achieved after 10 iterations
Coefficient covariance computed using outer product of gradients

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.307304	0.088346	3.478404	0.0006
S(-1)	0.371759	0.106309	3.496957	0.0006
S(-2)	0.373863	0.097852	3.820703	0.0002
MA(1)	0.761720	0.075142	10.13707	0.0000
MA(7)	-0.138976	0.037773	-3.679267	0.0003
SIGMASQ	0.208927	0.013869	15.06430	0.0000

R-squared	0.771483	Mean dependent var	1.214143
Adjusted R-squared	0.765882	S.D. dependent var	0.958462
S.E. of regression	0.463759	Akaike info criterion	1.334741
Sum squared resid	43.87474	Schwarz criterion	1.430372
Log likelihood	-134.1478	Hannan-Quinn criter.	1.373401
F-statistic	137.7427	Durbin-Watson stat	2.002771
Prob(F-statistic)	0.000000		