平成 25 年 (2013 年)7 月 29 日 (月) 3 時限施行					
担当者名	**大野由香子・新保一成・早見 均・藪 友良**				
科目名	**統計学 I**	試験時間	**50 分**	持込	**電卓のみ可**

注意: 問 1 から問 4 のすべてに答えなさい。$\boxed{}$内に指定のない場合は −(マイナス) かあるいは数字 0, . . . , 9 を，選択肢がある場合は選択肢の数字 (太字) をマークすること。数字で答える場合には先頭や最後の欄が 0 の場合もありうるのですべての欄を埋めること。必要に応じて裏面の統計分布表を利用すること。記号で，$\mathbb{P}\{\cdot\}, P\{\cdot\}$ は確率，$\mathbb{E}[\cdot]$, $E[\cdot]$ は期待値，$\mathbb{V}\mathrm{ar}(\cdot), V(\cdot)$ は分散を意味する。割合の推定値は $\hat{p}$ とも p' とも記す。(出題と配点：問 1 新保・早見 36 点，問 2 早見 4 点，問 3 大野 30 点，問 4 藪 30 点)

問 1 $\boxed{(\cdot)\text{ 式}}$欄には問のすぐ下の式選択肢，$\boxed{(\cdot)\text{ 語句}}$欄には語句選択肢の番号 (重複もありうる) を記入，また$\boxed{(\cdot)}$の欄には −(マイナス) および 0,1,2,. . .,9 の数字を記入して文章を完成させなさい。

$X = 1$ となる確率が $p = 1/2$，$X = 0$ となる確率が $1 - p = 1/2$ のベルヌイ事象の確率変数 X を考える。X の期待値は $\mathbb{E}[X] = 0.\boxed{(1)}$ で，分散は $\mathbb{V}\mathrm{ar}(X) = 0.\boxed{(2)}\boxed{(3)}$ である。このベルヌイ事象を $n = 10$ 回独立に試行したとき，その和 $\sum_{i=1}^{n} X_i = n\hat{p}$ の期待値は $\mathbb{E}[\sum_{i=1}^{n} X_i] = \boxed{(4)}$，分散は $\mathbb{V}\mathrm{ar}(\sum_{i=1}^{n} X_i) = \boxed{(5)}.\boxed{(6)}$ である。この和の分布は二項分布に等しい。

平均 μ，分散 σ^2 の無限母集団から無作為抽出してサンプル・サイズ $n = 5$ の標本 $(x_1, \ldots, x_5) = (-1, 6, 5, -5, 0)$ が得られた。計算式 $\bar{X}=\boxed{(7)\text{ 式}}$によって標本平均を計算すると $\bar{x} = \boxed{(8)}$となる。$\sum_{i=1}^{5}(x_i - \bar{x})^2 = 82$ であるから，標本分散 (不偏分散)S^2 は計算式$\boxed{(9)\text{ 式}}$を用いると値は $s^2 = \boxed{(10)}\boxed{(11)}.\boxed{(12)}$となる。一般に $\sum_{i=1}^{n}(X_i - \mu)^2 = \sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2 + n(\bar{X} - \mu)^2$ が成立する。この両辺の期待値を計算すると，左辺は $\mathbb{E}[\sum_{i=1}^{n}(X_i - \mu)^2] = \sum_{i=1}^{n} \mathbb{E}[(X_i - \mu)^2] = \boxed{(13)\text{ 式}} \times \boxed{(14)\text{ 式}}$(順不同) となる。無作為抽出した場合，それぞれの観察値 X_i は$\boxed{(15)\text{ 語句}}$で同一の分布にしたがうので，標本平均 $\bar{X}$ の分散 $\mathbb{V}\mathrm{ar}(\bar{X})$ は $\mathbb{E}[(\bar{X} - \mu)^2] = \boxed{(16)\text{ 式}}/\boxed{(17)\text{ 式}}$ となる。したがって，$n = 5$ のとき $\mathbb{E}[\sum_{i=1}^{5}(X_i - \bar{X})^2] = \boxed{(18)} \times \sigma^2$ が成立する。標本平均 $\bar{X}$ を基準化 (標準化) すると $Z = \left(\bar{X} - \boxed{(19)\text{ 式}}\right) / \sqrt{(16)/(17)}$ となる。サンプル・サイズ n を大きくしていくと，Z の分布は平均 (期待値) $\boxed{(20)}$，分散 $\boxed{(21)}$ の$\boxed{(22)\text{ 語句}}$分布に近づく。この性質は$\boxed{(23)\text{ 語句}}$定理として知られている。

仮説を H_0，対立仮説を H_1 とする仮説検定をおこなうとき，第 2 種の過誤確率とは，仮説 H_0 が成立$\boxed{(24)\text{ 語句}}$のに，H_0 を$\boxed{(25)\text{ 語句}}$してしまう確率である。

式:

1. $\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n} X_i$	**2**. $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$	**3**. $\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2$	**4**. $\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\lvert X_i - \bar{X}\rvert$	**5**. $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \mu)^2$
6. μ	**7**. σ	**8**. σ^2	**9**. n	**0**. p

語句:

1. 独立	**2**. 標準偏差	**3**. 中心極限	**4**. 採択	**5**. 棄却
6. 対数正規	**7**. 標準正規	**8**. 二項	**9**. している	**0**. していない

問 2 平均 $\mu = 0.7$，分散 $\sigma^2 = 51.84$ の正規母集団を考えたときつぎの確率を求めよ。
(1) この正規分布にしたがう確率変数 X について $\mathbb{P}\{-2.9 < X\} = 0.\boxed{(26)}\boxed{(27)}\boxed{(28)}\boxed{(29)}$。
(2) この母集団からサンプル・サイズ $n = 9$ で無作為抽出した標本の標本平均を $\bar{X}$ とすると $\mathbb{P}\{3.1 < \bar{X} < 5.5\} = 0.\boxed{(30)}\boxed{(31)}\boxed{(32)}\boxed{(33)}$。注意) 1 桁目「0」と小数点「.」つまり [0.] は省略している。

問 3 政府は，中小企業金融円滑化法の適用期限が切れたため，別の支援策の効果を評価するためにつぎの社会実験を考えているものとする。支援対象となる似たような属性をもつ企業について，対策なしのコントロール群 A と新対策ありの処置群 B をそれぞれランダムに 200 社ずつ抽出し，1 年間で 1 回でも決算処理を期限までに行うことができなかった (フェイル) 企業数の割合を比較した ($n_A = 200$，$n_B = 200$)。グループ A の企業のフェイル割合 p'_A は 0.6 ($x_A = 120$ 社)，グループ B のフェイル割合 p'_B は 0.4 ($x_B = 80$ 社) であった。以下の問いに答えなさい。
(1) 一般に，問 1 の (23) 定理を適用すると，割合の差 $p'_A - p'_B$ の分布は平均 (期待値) $\boxed{(34)\text{: }\mathbf{1}.\ 0,\ \mathbf{2}.\ 1,\ \mathbf{3}.\ p_A - p_B}$，分散 $\boxed{(35)\text{:}\mathbf{1}.\ 1,\ \mathbf{2}.\ p_A(1-p_A) + p_B(1-p_B),\ \mathbf{3}.\ p_A(1-p_A)/200 + p_B(1-p_B)/200}$ の正規分布で近似できる。
(2) 帰無仮説 (H_0) を $p_A = p_B$，対立仮説 (H_1) を $p_A \neq p_B$ とし，両側検定を行うものとする。H_0 が成立すると ($p = p_A = p_B$)，確率 p を A と B のグループをプールしたときのフェイルの割合 $p' = \boxed{(36)}.\boxed{(37)}$で推定

し，これを分散の推定に利用できる。仮説 H_0 のもとでは，$p'_A - p'_B$ の平均 (期待値) は $\boxed{(38)}.\boxed{(39)}$ で，分散の推定値は $\boxed{(40)}.\boxed{(41)}\boxed{(42)}\boxed{(43)}\boxed{(44)}$ となる。この仮説検定の有意水準 α を 1%としたときの棄却域は絶対値で $c = \boxed{(45)}.\boxed{(46)}\boxed{(47)}\boxed{(48)}$ $\boxed{(49)\text{: }\mathbf{1}.\text{ 以上, }\mathbf{2}.\text{ 以下}}$ となる (有意水準は棄却域の大きさ，検定のサイズと同義とする)。Hint: Z を標準正規確率変数とすると $\mathbb{P}\{|Z| < 2.58\} \approx 0.99$ を利用する。

以上より，仮説 H_0 は棄却 $\boxed{(50)\text{:}\mathbf{1}.\text{ され, }\mathbf{2}.\text{ されず}}$，支援策効果は $\boxed{(51)\text{: }\mathbf{1}.\text{ あった, }\mathbf{2}.\text{ なかった}}$ と結論づけられる。

(3) 少なくとも 0.95 の確率で p'_B と p_B の差を 0.02 未満にする必要が生じたものとする。p'_B の分布は平均 p_B，分散 $\boxed{(52)\text{: }\mathbf{1}.1,\ \mathbf{2}.p_B(1-p_B),\ \mathbf{3}.p_B(1-p_B)/n_B}$ の正規分布で近似できる。p'_B を標準化すると $\mathbb{P}\{|p'_B - p_B| < 0.02\}$ $= \mathbb{P}\left\{\left|\frac{p'_B - p_B}{\sqrt{(52)}}\right| < \frac{0.02}{\sqrt{(52)}}\right\} = \mathbb{P}\{|Z| < 1.96\} = 0.95$ と書ける。ただし，p_B の値は事前にはわからないので，p'_B の分散が最大になる確率 $p_B = 0.5$ を利用して計算すると，n_B は $\boxed{(53)}\boxed{(54)}\boxed{(55)}\boxed{(56)}$ 以上であればよいことがわかる。

問 4 自社で開発した新型電気自動車の走行距離を測るため，51 回にわたり走行テストを行った。その結果，走行距離の平均値 (標本平均の値 $\bar{x}$) は 460km が得られた，母標準偏差 σ は 10km であることが知られている。

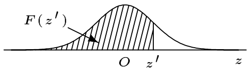
(1) このとき，走行距離の平均 (標本平均 $\bar{X}$) の分布は，期待値 (平均)μ，標準偏差 $\sigma_{\bar{X}} = \boxed{(57)}.\boxed{(58)}\boxed{(59)}$ の正規分布で近似できる。よって，走行距離の母平均 μ に関する 95%の信頼区間は

$(\boxed{(60)}\boxed{(61)}\boxed{(62)}.\boxed{(63)}, \boxed{(64)}\boxed{(65)}\boxed{(66)}.\boxed{(67)})$ となる。

(2) ライバル社の走行距離は，母平均が 457.5km である。自社の自動車がライバル社より走行距離が長いかどうかを確かめたい。帰無仮説 H_0：$\mu = 457.5$，対立仮説 H_1：$\mu > 457.5$ と置いて，有意水準 (棄却域の大きさ，サイズ)α =5%の片側検定を行いなさい。このとき臨界値は $c = \boxed{(68)}\boxed{(69)}\boxed{(70)}.\boxed{(71)}$ となる。したがって，仮説 H_0 を棄却 $\boxed{(72)\text{: }\mathbf{1}.\text{ できる, }\mathbf{2}.\text{ できない}}$。

Hint: Z を標準正規確率変数とすると，$\mathbb{P}\{Z < 1.645\} = 0.95$ となる。

$$F(z') = \int_{-\infty}^{z'} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz$$



z の分布の値 $F(z')$

z'	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990