平成 22 年 (2010 年)7 月 17 日 (土) 1 時限施行					
担当者名	**吉岡完治・早見　均・新保一成・藪　友良**				
科目名	**統計学 I**	試験時間	**50 分**	持込	**電卓のみ可**

注意: 問 1 から問 5 のすべてに答えなさい。$\boxed{}$内に指定のない場合は −(マイナス) かあるいは数字 $0,\ldots,9$ を，指定のある場合は問題文末にある選択肢 (語句) の数字を入れること．数字で答える場合には先頭や最後の欄が 0 の場合もありうるのですべての欄を埋めること．必要に応じて裏面の統計分布表を利用すること．

問 1 $\boxed{(\cdot)\text{ 式}}$欄には本問の式群から，$\boxed{(\cdot)\text{ 語句}}$欄には本問の語句群にある選択肢の番号 (重複を許す) を選んで記入し，また$\boxed{(\cdot)}$の欄には −(マイナス) および 0,1,2,. . .,9 の数字を記入して文章を完成させなさい。(配点 15)

ある母集団から無作為にサイズ $n = 10$ の標本を抽出した。その結果が $(x_1, x_2, \ldots, x_{10}) = (5, 3, 4, 0, 1, 3, 0, 1, 3, 3)$ となった。計算式 $\bar{x} = \boxed{(1)\text{ 式}}$ を用いて標本平均 $\bar{x}$ を計算すると，$\boxed{(2)}.\boxed{(3)}$となる。$\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 = 26.1$ であることから，標本分散 $s^2 = \boxed{(4)}.\boxed{(5)}$となる。この母集団は，平均 (観察する前の x_i の期待値)$\mu = 2$，分散 (観察する前の $(x_i - \mu)^2$ の期待値)$\sigma^2 = 2$ を持つとする。観察する前の状態における，サンプルサイズ $n = 10$ の標本平均の平均 ($\bar{x}$ の期待値)$\mu_{\bar{x}}$ =E$(\bar{x}) = \boxed{(6)}$，分散 ($(\bar{x} - \mu_{\bar{x}})^2$ の期待値)$\sigma^2_{\bar{x}} = \boxed{(7)}.\boxed{(8)}$が計算できる。具体的には，1 時間ごとのメールの着信数を記録した第 i 時間目の観察が x_i である。すなわち開始してから 10 時間の記録が先の結果 $(x_1, x_2, \ldots, x_{10}) = (5, 3, 4, 0, 1, 3, 0, 1, 3, 3)$ である。$a = \sum_{i=1}^{10} x_i$ の値を固定値とし，残り 14 時間で来るだろうメールの 1 日の着信数を $y = a + x$，ただし $x = \sum_{i=11}^{24} x_i$ と置く。このとき a を条件とした午前 10 時における 1 日のメール着信数の期待値 (平均) は E$(y) = \boxed{(9)}\boxed{(10)}$となる。各時間独立にメールが着信するものとすると，同時刻における残り 14 時間でくるだろう 1 日のメール着信数の分散は $\mathrm{Var}(y) = \sigma_y^2 = \boxed{(11)}\boxed{(12)}$である。

つぎに，成功する確率が p のベルヌーイ事象 (1 を成功，結果は 0 か 1) を考える。独立した n 回の試行の結果，$(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ が得られたとする (x_i は第 i 回目の結果)。成功した回数は x_i を使って $x = \boxed{(13)\text{ 式}}$と書ける。この成功回数の期待値 (平均) は E$(x) = \boxed{(14)\text{ 式}}$，分散は Var$(x)$ =E$(x -$ E$(x))^2 = \boxed{(15)\text{ 式}}$である (二項分布)。成功確率 p の推定量として $p' = x/n$ を用いることにする。これは標本平均 $\bar{x}$ の性質を持っていることがわかる。したがって，サンプルサイズ n を大きくしていくと，$z = \dfrac{p' - p}{\sqrt{\boxed{(16)\text{ 式}}}}$ は，平均$\boxed{(17)}$，分散$\boxed{(18)}$の$\boxed{(19)\text{ 語句}}$分布に近づいていく。この性質は$\boxed{(20)\text{ 語句}}$定理とよばれている。

ヒント:E$(\sum_{i=1}^{n} x_i) = \sum_{i=1}^{n} E(x_i)$，$x_i$ が独立な場合には $\mathrm{Var}(\sum_{i=1}^{n} x_i) = \sum_{i=1}^{n} \mathrm{E}(x_i - \mathrm{E}(x_i))^2$ となる。

式群:	0. 該当なし	1. p	2. np	3. $np(1-p)$	4. $p(1-p)$	5. $p(1-p)/n$
	6. $\frac{\sigma^2}{n}$	7. σ	8. $\sum_{i=1}^{n} x_i$	9. $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$	-(マイナス). $\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$	
語句群:	0. 該当なし	1. ポアソン	2. 二項	3. ベイズの	4. 中心極限	5. 標準正規

問 2 平均 $\mu = -1.0$，分散 $\sigma^2 = 0.25$ の正規母集団を考えたときつぎの確率を求めよ。(配点 2)

(a) この正規分布にしたがう確率変数 x について $P(-0.5 < x)$ =0.$\boxed{(21)}\boxed{(22)}\boxed{(23)}\boxed{(24)}$。

(b) この母集団からサンプルサイズ $n = 25$ で無作為抽出した標本の標本平均を $\bar{x}$ とすると $P(-0.9 < \bar{x} < -0.8)$ =0.$\boxed{(25)}\boxed{(26)}\boxed{(27)}\boxed{(28)}$。注意) 1 桁目「0」と小数点「.」つまり [0.] は省略しているので注意すること。

問 3(配点 4)

インド農村部で使われている厨房設備は，牛糞や木の枝を燃料にするチュラか，LPG シリンダーを使ったガスコンロである。ラジャスタン州の農村家計から無作為に 30 世帯を選んで厨房設備を調査したところ，26 世帯がチュラを用いていた。チュラを使用する世帯の割合に関する 95%の信頼区間を簡便法によって推定すると (0.$\boxed{(29)}\boxed{(30)}\boxed{(31)}$, 0.$\boxed{(32)}\boxed{(33)}\boxed{(34)}$) となる。また，同じ世帯についてエンゲル係数を調べたら，その標本平均は 0.72 であった。インド農村家計のエンゲル係数の標準偏差が 0.13 であることがわかっているとき，エンゲル係数の平均に関する 95%の信頼区間は，(0.$\boxed{(35)}\boxed{(36)}\boxed{(37)}$, 0.$\boxed{(38)}\boxed{(39)}\boxed{(40)}$) となる。

問 4(配点 5)

タチツボスミレは，増えると手に負えない草花である。以前とくらべ花弁の大きさが変化したかどうか計測することにした。$n = 21$ 株調べた結果，$\bar{x} = 13.0$mm であった。図鑑によると 13.5mm で，標準偏差 $\sigma = 1$mm である。(I) 仮説 $H_0 : \mu = 13.5$mm，対立仮説 $H_1 : \mu \neq 13.5$mm と設定して，サイズ (棄却域の大きさ)α =0.05 の両側検定を行う。(II) 正規分布表から両側 α =0.05 に対応する z' の値として，$\boxed{(41)}.\boxed{(42)}\boxed{(43)}$を利用する，臨界値を c_1，c_2，ただし $c_1 < c_2$，とすると，$c_1 = \boxed{(44)}\boxed{(45)}.\boxed{(46)}\boxed{(47)}$，$c_2 = \boxed{(48)}\boxed{(49)}.\boxed{(50)}\boxed{(51)}$となる。(III) 棄却域は $\bar{x} < c_1$，と $\bar{x} > c_2$ の領域である。(IV) 判定は，仮説 H_0 を棄却 (52): 1. できる, 2. できない 。
したがって，タチツボスミレの花弁の大きさは (53): 1. 大きくなった，2. 小さくなった，3. なんともいえない といえる。

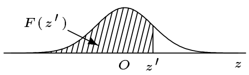
問 5(配点 5)

6 面体のサイコロを 1 回投げたとします。その出目を X とすると，確率変数 X の期待値は$\boxed{(54)}.\boxed{(55)}\boxed{(56)}$，分散は$\boxed{(57)}.\boxed{(58)}\boxed{(59)}$，標準偏差は$\boxed{(60)}.\boxed{(61)}\boxed{(62)}$となります。次に，サイコロを 3 回なげてその和を Y とします（サイコロは相互に独立とする)。たとえば，3 個のサイコロが，1，4，2 であれば $Y = 7$ です。このとき，確率変数 Y の期待値は $\boxed{(63)}\boxed{(64)}.\boxed{(65)}\boxed{(66)}$，分散は$\boxed{(67)}.\boxed{(68)}\boxed{(69)}$です。注意) すべての$\boxed{}$内に数字 0,. . . ,9 を入れて答えること。

問 6(配点 6)

通説では日本人の血液型の分布では，B 型の血液型の割合は $p = 0.2$ であるとされている。$n = 100$ 人について調べたところ，24 人が B 型であった。(I) 仮説 $H_0 : p = 0.2$，対立仮説 $H_1 : p > 0.2$ と置いて，右片側 α =5%の仮説検定を行いたい。(II) 臨界値の計算には，$z' = 1.645$ を用いることにする。仮説が正しいとき p' の分散は 0.00$\boxed{(70)}\boxed{(71)}$となり，臨界値 c は $c = 0.\boxed{(72)}\boxed{(73)}\boxed{(74)}\boxed{(75)}$となる。(III) 棄却域は，臨界値 c より観察値 p' が (76): 1. 大きい，2. 小さい 領域である。(IV)p' =0.$\boxed{(77)}\boxed{(78)}$より，仮説 H_0 を棄却 (79): 1. できる, 2. できない 。
したがって，B 型の比率は 20%とくらべ，(80): 1. 増えた，2. 減った，3. なんともいえない といえる。

$$F(z') = \int_{-\infty}^{z'} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz$$



z の分布の値 $F(z')$

z'	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990