

平成 21 年 (2009 年)7 月 22 日 (火) 6 時限施行			
担当者名	吉岡完治・早見 均・藪 友良		
科目名	統計学 I	試験時間	50 分
		持込	電卓のみ可

注意: 問 1 から問 6 のすべてに答えなさい。□内に指定のない場合は-(マイナス)かあるいは数字 0, ..., 9 を, 指定のある場合は問題文末にある選択肢(語句)の数字を入れること. 数字で答える場合には先頭や最後の欄が 0 の場合もありうるのですべての欄を埋めること. 必要に応じて裏面の統計分布表を利用すること.

問 1 (.) 式 欄には本問の式群から, (.) 語句 欄には本問の語句群にある選択肢の番号(重複あり)を選んで記入し, また (.) の欄には-(マイナス)および 0,1,2,...,9 の数字を記入して文章を完成させなさい.

平均 μ , 分散 σ^2 の無限母集団から無作為にサンプルサイズ n の標本 (x_1, x_2, \dots, x_n) を抽出した. 標本平均の

計算式は $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ (1) 式, 標本分散の計算式は $s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$ (4) 式 (2) 式 (3) 式 (5) 式 (6) 式 である.

確率変数 x の分散は $\sigma^2 = E[(x - \mu)^2]$ (7) 式 と定義され, 同様に標本平均 \bar{x} の平均は $\mu_{\bar{x}} = E(\bar{x}) = \mu$ (8) 式, 分散は $\sigma_{\bar{x}}^2 = E[(\bar{x} - \mu)^2]$ (9) 式 = $\frac{\sigma^2}{n}$ (10) 式 (11) 式 となる. 標本平均 \bar{x} を標準化した $\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$ (12) 式 - (13) 式 の分布は, (16) 語句 を大きくして $\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$ (14) 式 / (15) 式

いくと平均 (17), 分散 (18) の (19) 語句 分布に近づいていく. この性質は (20) 語句 によって証明されている.

成功確率 p の二項母集団から無作為抽出したサンプルサイズ n の標本を考え, 成功回数を x とする. 割合 $p' = x/n$ の分散 $\sigma_{p'}^2$ の最大値は $p = 0.5$ (21) (22) のときに得られる. 割合 p' の分布は正規分布で近似できるが, 誤差の限界は分散 $\sigma_{p'}^2$ が未知母数 p に依存するため求められない. しかし, 分散 $\sigma_{p'}^2$ が最大値のときの 95% の誤差の限界 h は求められる. 95% の誤差の限界の最大値 h を 0.01 より小さくしたい. そのためにはサンプルサイズ n を少なくとも (23) (24) (25) (26) (整数) より大きくしなければならない.

式群:	1. $n-1$	2. n	3. x_i	4. $(x_i - \bar{x})^2$	5. $(x - \mu)^2$	6. \bar{x}	7. $(\bar{x} - \mu)^2$	8. σ^2	9. μ	0. 該当なし
語句群:	1. 遥動散逸定理	2. 標準偏差	3. 中心極限定理	4. サンプルサイズ	5. 平均	6. 分散	7. 対数正規	8. 標準正規	9. 二重指数	0. 誤差の限界

問 2 平均 $\mu = 20$, 分散 $\sigma^2 = 324$ の正規母集団を考えたとき z の確率を求めよ.

(a) この正規分布にしたがう確率変数 x について $P(11 < x) = 0.$ (27) (28) (29) (30).

(b) この母集団からサンプルサイズ $n = 9$ で無作為抽出した標本の標本平均を \bar{x} とすると

$P(26 < \bar{x}) = 0.$ (31) (32) (33) (34). 注意) 1 桁目「0」と小数点「.」つまり [0.] は省略しているので注意すること.

問 3 「2009 年サラリーマンの小遣い調査」によると $n = 500$ 人を無作為に抽出して調べた結果, 標本平均 $\bar{x} = 45600$ 円(月額)であった. 過去の実績から平均 46300 円で分散 $\sigma^2 = 88200000$ であることがわかっている. 仮説 $H_0: \mu = 46300$, 対立仮説 $H_1: \mu < 46300$ を立て, サイズ 5% の左片側検定を行う. 裏面の分布表から左片側検定 5% 水準の確率に対応した z' の値を求めるために, 分布の対称性を利用して確率 (35) (36) (37) に対応する z' の値を探す. その結果 (38) (39) (40) と (41) (42) (43) の間にあることがわかる. その中間の値を z' の絶対値として用いる. 左片側検定の棄却域は, 標本平均 \bar{x} が (44) (45) (46) (47) (48) 円より (49) 0. 小さい 1. 大きい 範囲である. 判定結果は, 仮説 H_0 を棄却 (50) 0. できる 1. できない. すなわち今年のサラリーマンの小遣いは例年より下がったと (51) 0. いえる 1. いえない. 注意) 仮説検定のサイズは棄却域の大きさ, 第 I 種の過誤確率, あるいは有意水準ともいわれる. 問 4 も同様. (資料は新生フィナンシャル 2009 年 6 月 4 日発表の結果を改変して利用.)

問 4 スペースシャトル・チャレンジャーの事故原因の 1 つとして O-リングが寒さで弾力性を失って燃料漏れしたといわれている. その根拠を統計的に確かめたい. 気温が 20°C 以上のとき弾力性を失う比率が 0.05 であるの

に対し、20°C未満のとき $n = 95$ 回の試行で10回弾力性が失なわれている。この割合に差があるかどうか検定する。仮説 $H_0: p = 0.05$, および対立仮説 $H_1: p \neq 0.05$ のように設定し、サイズ5%で両側検定を行う。棄却域は、割合 p' が 0. (52) (53) (54) より小さい、(55)0. または 1. かつ 0. (56) (57) (58) より大きい領域である。判定結果は、 $p' = 0.$ (59) (60) (61) より仮説 H_0 を棄却 (62)0. できる 1. できない。すなわち気温が低いとO-リングの弾力性を失う確率は (63)0. 低くなる 1. 高くなる 2. いずれでもないといえる。(S.R. Dalal, E.B.Fowlkes, B. Hoadley (1989) Risk analysis of the space shuttle: Pre-Challenger prediction of failure. *Journal of the American Statistical Association*, 84, 945-957. より、詳細な値はテスト用に変えてある。)

問5

太郎は、A大学とB大学への大学院進学を考えている。このとき、A大学大学院に合格する確率は30%、B大学大学院に合格する確率は40%、両方の大学院に合格する確率は30%、と見積もっている。このとき、少なくともどちらかの大学院に合格すると太郎が見積もっている確率は、(64) (65) (66)%となる。ただし太郎の見積もる確率は確率の公理を満たしているものとし、加法定理・乗法定理などが成立するものとする。注意) すべての□内に数字0,...,9を入れて答えること。

問6

1組のトランプから2枚を抽出するとき、両方ともエースとなる確率を考える。a) 1枚を引いたのち、それを戻したうえで2枚目を引く場合、両方ともエースの確率は、(67) (68) (69)%となる。b) これに対して、1枚を引いたら、それを戻さないで2枚目を引く場合、両方ともエースの確率は、(70) (71) (72)%となる。
注意) トランプ1組には、エース(数字の1)からキング(数字の13)までの数字が4種類(スペード、クローバー、ハート、ダイヤ)ある。よって、合計で52(=13×4)枚ある。すべての□内に数字0,...,9を入れて答えること。

$$F(z') = \int_{-\infty}^{z'} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz$$

z の分布の値 $F(z')$

z'	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990