第 8 章の答え

1. 帰無仮説は棄却することに意義があります。教科書 8 章(p201-202)で詳しく説明しましたが、帰無仮説を採択しても、帰無仮説が正しいのか、対立仮説が正しいのか、どちらともいえません。
2. 有意水準は、状況に応じて設定を変えることが必要となります。有意水準を低く設定する場合としては、医薬品の開発やドーピング検査などが考えられます。医薬品開発では、帰無仮説（「医薬品の効果がない」）を誤って棄却して効果のない薬（または有害な薬）を市場に出すデメリットは大きいため有意水準は低く設定されます。また、ドーピング検査では、帰無仮説（「ドーピングをしていない」）を誤って棄却して選手のキャリアを傷つけるコストは大きいためやはり有意水準は低く設定されます。逆に、有意水準を低く設定しないものとして、人間ドックの簡易検査があります。帰無仮説（「病気にかかっていない（陰性）」）を誤って棄却しても、精密検査を行えば良いだけですから大きな問題はありません。逆に、帰無仮説を誤って採択し、病気を放置してしまうコストは大きいといえます。
3. 仮説は H_0: p=1/6（「サイコロに歪みがない」）、H_1: p≠1/6（「サイコロに歪みがある」）です。H_0 が正しいもとで、$\hat{p}$ ～N(1/6, (1/6)(5/6)/300)となります（$\sqrt{(1/6)(5/6)/300} = 0.0215$）。$P\{1/6 - 1.96 \times 0.0215 < \hat{p} < 1/6 + 1.96 \times 0.0215\} = 0.95$ですから、$\hat{p}$ が(0.1245, 0.2088)区間に収まらなければ、有意水準 5%で帰無仮説は棄却されます。ここで、$\hat{p}$=0.2 ですから、H_0（「サイコロにゆがみはない」）は採択されます。
4. 仮説は H_0: p=0.75(=3/4)、H_1: p≠0.75 です。H_0 が正しいもとで、$\hat{p}$ ～N(0.75, 0.25×0.75/270) です。標準誤差は $\sqrt{0.25 \times 0.75/270} = 0.0264$ となります。ここで
$$P\{0.75 - 1.96 \times 0.0264 < \hat{p} < 0.75 + 1.96 \times 0.0264\} = 0.95$$
から、$\hat{p}$ が(0.698, 0.802)区間に収まらなければ、有意水準 5%で H_0 は棄却されます。ここで、$\hat{p}$ =200/(200+70)=0.741 ですから、$\hat{p}$ は区間内におさまっており、H_0 は採択されます。よって、この結果から、メンデルの法則（「3：1 の割合で黄色と緑色のエンドウが生じる」）が誤っている、とは言

えません[1]。

5. 仮説は $H_0:\mu=110$、$H_1:\mu\neq 110$ です。H_0 が正しいもとで、$\overline{X}\sim N(110,15^2/100)$ です（$\sqrt{15^2/100}=1.5$）。$P\{110-1.96\times1.5<\overline{X}<110+1.96\times1.5\}=0.95$ から、$\overline{X}$ が(107.06,112.94)区間に収まらなければ、有意水準 5%で H_0 は棄却されます。$\overline{X}=120$ ですから、H_0 は棄却されます。よって、今年度の新入生が受けたテスト結果は例年と同じとはいえません。

6. ここで仮説は $H_0:\mu_1-\mu_2=0$、$H_1:\mu_1-\mu_2\neq 0$ となります。H_0 が正しいもとで、

$$\overline{X}_1-\overline{X}_2\sim N\left(0,\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}\right)$$

となりますから、

$$P\{-1.96\times\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}<\overline{X}_1-\overline{X}_2<-1.96\times\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}\}=0.95$$

が成立します。サンプルサイズが十分に大きいため、分散（σ_1^2、σ_2^2）は標本分散（s_1^2、s_2^2）で置き換えることができます。ここで

$$\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}}=\sqrt{\frac{200^2}{50}+\frac{150^2}{50}}=35.35$$

ですから、H_0 が正しいもとで、95%の確率で

$$-1.96\times35.35<\overline{X}_1-\overline{X}_2<1.96\times35.35$$

が成立します。もし $\overline{X}_1-\overline{X}_2$ が区間内にあれば H_0 は採択され、区間外にあれば H_0 は棄却されます。平均差は $\overline{X}_1-\overline{X}_2=-300$ であり、これは$-1.96\times35.35=-69.29$ より小さいため、H_0 は棄却されます。よって、2 種の時計の平均寿命は同じであるとはいえません。

---

[1] 読者の中には、H_0: $p=0.25(=1/4)$、H_1: $p\neq 0.25$ と設定した方もおられるでしょう。この場合についても同じ結果が得られます。H_0 が正しいもとで、$\hat{p}\sim N(0.25,0.25*0.75/270)$となります。ここで標準誤差は$\sqrt{0.25*0.75/270}=0.0263$ ですから、$P\{0.25-1.96\times0.0263<\hat{p}<0.25+1.96\times0.0263\}=0.95$ より、$\hat{p}$が（0.198, 0.302）区間に収まらなければ有意水準 5%で H_0 は棄却されます。$\hat{p}=70/(200+70)=0.259$ であり、区間内におさまっていますから H_0 は採択されます。よって、メンデルの法則が誤っているとは言えません。