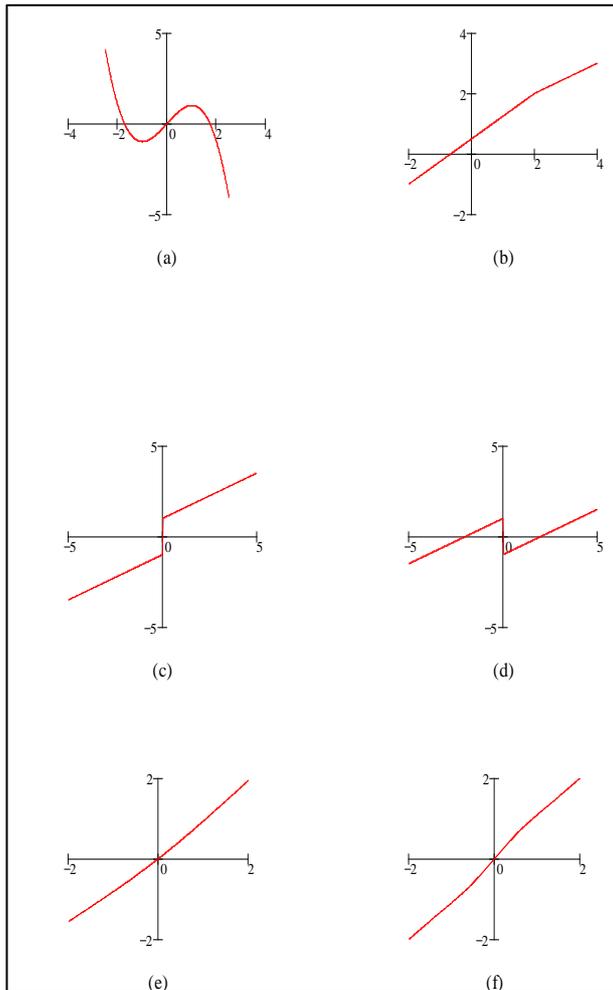


7章の解答

[1]

各位相図は以下の通りである。ここで、横軸は y_{t-1} 軸、縦軸は y_t 軸である。



(a) モデルを $y_t = [1.5 - 0.5y_{t-1}^2]y_{t-1} + \epsilon_t$ と書き直す。均衡(すなわち、 $y_t = y_{t-1}$)における y_{t-1} の値は $-1, 0, 1$ である。しかし、 $y_{t-1} = 0$ の近傍で $[1.5 - 0.5y_{t-1}^2]$ は 1 を超えるので、0 は定常点ではない。

(b) パネル(b)から $y_{t-1} = 2$ の点で位相図の傾きが変化していることが分かる。このシステムには、 $y_t = y_{t-1} = 2$ という定常均衡状態が存在する。

(c) パネル(c)から閾値で不連続であることが分かる。 $y_{t-1} = -2$ 、 $y_{t-1} = 2$ のとき、均衡状態となる。これら 2 点の近傍における傾きは 1 未満である。従って、 $y_{t-1} = -2$ 、 $y_{t-1} = 2$ はどちらも定常な均衡値である。

(d) パネル(d)から閾値 0 で不連続であることが分かる。 $y_t = y_{t-1}$ を満たす点は存在しない。したがって、このモデルに定常な均衡は存在しない。

(e) y_{t-1} が十分大きな値になると、 y_t は単位根過程のようにふるまう。一方、 y_{t-1} が十分小さな値になると、 y_{t-1} の値の 75%のみ次期に残る。

(f) $|y_{t-1}|$ が大きくなれば、 y_t は単位根過程のようにふるまうことが分かる。 y_{t-1} の値が 0 に近いとき、 y_{t-1} の値の 75%のみ次期に残る。

[2]

条件なしのレジーム 1 である確率は次で与えられる。

$$p_1 = p_1 p_{11} + p_2 (1 - p_{22})$$

ここで、 $p_1 p_{11}$ はレジーム 1 にいる確率にレジーム 1 にいるときにレジーム 1 のままである確率を掛けたものであり、 $p_2 (1 - p_{22})$ はレジーム 2 にいる確率にレジーム 2 からレジーム 1 に移る確率を掛けたものである。 $p_2 = 1 - p_1$ なので、 $p_1 = (1 - p_{22}) / (2 - p_{11} - p_{22})$ を得る。 $p_2 = 1 - p_1$ より、 $p_2 = (1 - p_{11}) / (2 - p_{11} - p_{22})$ も求まる。

[3]

(a) まず、ラグを選択する。「Quick」→「Estimate VAR」を選択し、内生変数として y を選び、AR モデルの推定を行う。次に、VAR window から「View」→「Lag Structure」→「Lag Length Criteria」を選択する。ここで、ラグの最大次数を 8 とすると、以下の結果を得る。

VAR Lag Order Selection Criteria						
Endogenous variables: Y						
Exogenous variables: C						
Date: 09/03/19 Time: 20:02						
Sample: 1 250						
Included observations: 242						
Lag	LogL	LR	FPE	AIC	SC	HQ
0	-635.5601	NA	11.27909	5.260827	5.275244	5.266635
1	-590.5862	89.20449*	7.842280*	4.897406*	4.926241*	4.909022*
2	-590.3579	0.450872	7.892465	4.903784	4.947036	4.921207
3	-589.2917	2.097123	7.888163	4.903237	4.960906	4.926468
4	-589.1656	0.247056	7.945360	4.910459	4.982545	4.939498
5	-587.7394	2.781604	7.917460	4.906937	4.993440	4.941784
6	-587.5504	0.367008	7.970754	4.913640	5.014560	4.954294
7	-586.6704	1.701896	7.978724	4.914631	5.029968	4.961093
8	-586.6654	0.009707	8.044684	4.922854	5.052608	4.975124

* indicates lag order selected by the criterion
LR: sequential modified LR test statistic (each test at 5% level)
FPE: Final prediction error
AIC: Akaike information criterion
SC: Schwarz information criterion
HQ: Hannan-Quinn information criterion

今回は AIC に従い、ラグ 1 を選択する。次に、「Quick」→「Estimate Equation...」を選択して「 $y_c y(-1)$ 」と入力し、推定を行う。この時、以下の結果を得る。

Dependent Variable: Y				
Method: Least Squares				
Date: 09/03/19 Time: 20:03				
Sample (adjusted): 2 250				
Included observations: 249 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.277996	0.184932	1.503229	0.1341
Y(-1)	0.552494	0.053044	10.41585	0.0000
R-squared	0.305184	Mean dependent var	0.620246	
Adjusted R-squared	0.302371	S.D. dependent var	3.438228	
S.E. of regression	2.871751	Akaike info criterion	4.955721	
Sum squared resid	2036.998	Schwarz criterion	4.983973	
Log likelihood	-614.9872	Hannan-Quinn criter.	4.967093	
F-statistic	108.4900	Durbin-Watson stat	1.941852	
Prob(F-statistic)	0.000000			

従って、(7.24)式がこの過程の最も当てはまりの良い線形 AR モデルであることがわかる。

(b) Command に

genr e = resid

genr yhat = y-e

と入力し、残差と予測値を保存する。

H=3 の場合：

まず、補助回帰式を推定する。「Quick」→「Estimate Equation...」を選択して「 $e \text{ yhat}^2 \text{ yhat}^3 c y(-1)$ 」と入力し、推定を行う。この時、以下の結果を得る。

Dependent Variable: E				
Method: Least Squares				
Date: 09/03/19 Time: 20:16				
Sample (adjusted): 2 250				
Included observations: 249 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
YHAT^2	-0.343045	0.036364	-9.433739	0.0000
YHAT^3	-0.173835	0.017084	-10.17523	0.0000
C	1.527830	0.190438	8.022730	0.0000
Y(-1)	0.796868	0.079910	9.972062	0.0000
R-squared	0.496121	Mean dependent var	-2.31E-16	
Adjusted R-squared	0.489951	S.D. dependent var	2.865955	
S.E. of regression	2.046801	Akaike info criterion	4.286367	
Sum squared resid	1026.401	Schwarz criterion	4.342872	
Log likelihood	-529.6526	Hannan-Quinn criter.	4.309111	
F-statistic	80.40916	Durbin-Watson stat	2.034287	
Prob(F-statistic)	0.000000			

次に、Equation Window から「View」→「Coefficient Diagnostics」→「Wald Test」と選択する。そして、制約を「 $c(1) = c(2) = 0$ 」とすると、以下の結果を得る。

Wald Test:			
Equation: Untitled			
Test Statistic	Value	df	Probability
F-statistic	120.6137	(2, 245)	0.0000
Chi-square	241.2275	2	0.0000
Null Hypothesis: $C(1)=C(2)=0$			
Null Hypothesis Summary:			
Normalized Restriction (= 0)	Value	Std. Err.	
C(1)	-0.343045	0.036364	
C(2)	-0.173835	0.017084	
Restrictions are linear in coefficients.			

ここで、 F 統計量は 120.6137、 p 値は 0.0000 となっており、 $c(1) = c(2) = 0$ ($\alpha_2 = \alpha_3 = 0$) という帰無仮説は棄却される。

H=4 の場合：

まず、補助回帰式を推定する。「Quick」→「Estimate Equation...」を選択して「 $e \hat{y}^2 \hat{y}^3 \hat{y}^4 c y(-1)$ 」と入力し、推定を行う。この時、以下の結果を得る。

Dependent Variable: E				
Method: Least Squares				
Date: 09/03/19 Time: 20:13				
Sample (adjusted): 2 250				
Included observations: 249 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
YHAT^2	0.058359	0.089885	0.649260	0.5168
YHAT^3	-0.156936	0.016719	-9.386596	0.0000
YHAT^4	-0.034198	0.007061	-4.843551	0.0000
C	0.932197	0.219872	4.239725	0.0000
Y(-1)	0.710069	0.078553	9.039396	0.0000
R-squared	0.540318	Mean dependent var	-2.31E-16	
Adjusted R-squared	0.532782	S.D. dependent var	2.865955	
S.E. of regression	1.958976	Akaike info criterion	4.202597	
Sum squared resid	936.3714	Schwarz criterion	4.273229	
Log likelihood	-518.2233	Hannan-Quinn criter.	4.231027	
F-statistic	71.70040	Durbin-Watson stat	2.142555	
Prob(F-statistic)	0.000000			

次に、Equation Window から「View」→「Coefficient Diagnostics」→「Wald Test」と選択する。そして、制約を「 $c(1)=c(2)=c(3)=0$ 」とすると、以下の結果を得る。

Wald Test:			
Equation: Untitled			
Test Statistic	Value	df	Probability
F-statistic	95.60054	(3, 244)	0.0000
Chi-square	286.8016	3	0.0000
Null Hypothesis: $C(1)=C(2)=C(3)=0$			
Null Hypothesis Summary:			
Normalized Restriction (= 0)	Value	Std. Err.	
C(1)	0.058359	0.089885	
C(2)	-0.156936	0.016719	
C(3)	-0.034198	0.007061	
Restrictions are linear in coefficients.			

ここで、 F 統計量は 95.6005、 p 値は 0.0000 となっており、 $c(1)=c(2)=c(3)=0$ ($\alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 0$) という帰無仮説は棄却される。

(c) 初めに、(7.25)式を推定する。「Quick」→「Estimate Equation...」を選択して「 $y=c(1)+c(2)*y(-1)+c(3)+c(4)*y(-1)/(1+\exp(-c(5)*(y(-1)-c(6))))$ 」と入力し、推定を行う。以下の表は(7.25)式の推定結果である。

Dependent Variable: Y				
Method: Least Squares (Gauss-Newton / Marquardt steps)				
Date: 09/03/19 Time: 20:32				
Sample (adjusted): 2 250				
Included observations: 249 after adjustments				
Convergence achieved after 39 iterations				
Coefficient covariance computed using outer product of gradients				
Y=C(1)+C(2)*Y(-1)+(C(3)+C(4)*Y(-1))/(1+EXP(-C(5)*(Y(-1)-C(6))))				
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.941528	0.065259	14.42765	0.0000
C(2)	0.922875	0.020439	45.15202	0.0000
C(3)	-5.862798	2.820708	-2.078485	0.0387
C(4)	-1.179276	0.479754	-2.458084	0.0147
C(5)	11.20696	1.654256	6.774620	0.0000
C(6)	5.002021	0.016015	312.3369	0.0000
R-squared	0.921818	Mean dependent var		0.620246
Adjusted R-squared	0.920209	S.D. dependent var		3.438228
S.E. of regression	0.971204	Akaike info criterion		2.803242
Sum squared resid	229.2068	Schwarz criterion		2.888000
Log likelihood	-343.0036	Hannan-Quinn criter.		2.837358
F-statistic	573.0268	Durbin-Watson stat		2.118327
Prob(F-statistic)	0.000000			

次に、Command に

genr e_lstar = resid

と入力し、(7.25)式の推定から得られる残差を保存する。そして、e_lstar を開き、「View」→「BDS Independence Test...」を選択して BDS 検定を行う。以下の表は BDS 検定の結果である。

BDS Test for E_LSTAR					
Date: 09/10/19 Time: 19:16					
Sample: 1 250					
Included observations: 250					
Dimension	BDS Statistic	Std. Error	z-Statistic	Prob.	
2	-0.001716	0.004394	-0.390572	0.6961	
3	-0.001679	0.006999	-0.239833	0.8105	
4	0.000974	0.008352	0.116627	0.9072	
5	0.006170	0.008723	0.707339	0.4794	
6	0.008588	0.008428	1.019028	0.3082	
Raw epsilon	1.398941				
Pairs within epsilon	43777.00	V-Statistic	0.706069		
Triples within epsilon	8230605.	V-Statistic	0.533131		
Dimension	C(m,n)	c(m,n)	C(1,n-(m-1))	c(1,n-(m-1))	c(1,n-(m-1))^k
2	15158.00	0.494907	21584.00	0.704715	0.496623
3	10631.00	0.349923	21443.00	0.705803	0.351601
4	7599.000	0.252165	21334.00	0.707948	0.251191
5	5459.000	0.182636	21128.00	0.706858	0.176467
6	3952.000	0.133306	20955.00	0.706841	0.124718

ここで、BDS 統計量の値はせいぜい 0.0086 であり、p 値も少なくとも 0.3 ほどある。従って、BDS 検定から独立性を棄却することは出来ない。

(d) まず、遅れのパラメータを決定させる。

d=1 の場合：

「Quick」→「Estimate Equation...」を選択して「e c y(-1) y(-1)^2 y(-1)^3 y(-1)^4」と入力し、(7.21)の補助回帰式の推定を行う。推定結果は以下の通りである。

Dependent Variable: E				
Method: Least Squares				
Date: 09/16/19 Time: 16:38				
Sample (adjusted): 2 250				
Included observations: 249 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.933132	0.214742	4.345365	0.0000
Y(-1)	0.706270	0.076699	9.208362	0.0000
Y(-1)^2	-0.026978	0.027325	-0.987323	0.3245
Y(-1)^3	-0.032880	0.002854	-11.52066	0.0000
Y(-1)^4	-0.003187	0.000658	-4.843551	0.0000
R-squared	0.540318	Mean dependent var	-2.31E-16	
Adjusted R-squared	0.532782	S.D. dependent var	2.865955	
S.E. of regression	1.958976	Akaike info criterion	4.202597	
Sum squared resid	936.3714	Schwarz criterion	4.273229	
Log likelihood	-518.2233	Hannan-Quinn criter.	4.231027	
F-statistic	71.70040	Durbin-Watson stat	2.142555	
Prob(F-statistic)	0.000000			

次に、非線形項の係数が全て 0 であるという同時制約を検定する。Equation Window から「View」→「Coefficient Diagnostics」→「Wald Test」と選択し、制約を「c(3)=c(4)=c(5)=0」とする。すると、以下の結果を得る。

Wald Test			
Equation: EQD			
Test Statistic	Value	df	Probability
F-statistic	95.60054	(3, 244)	0.0000
Chi-square	286.8016	3	0.0000
Null Hypothesis: C(3)=C(4)=C(5)=0			
Null Hypothesis Summary:			
Normalized Restriction (= 0)	Value	Std. Err.	
C(3)	-0.026978	0.027325	
C(4)	-0.032880	0.002854	
C(5)	-0.003187	0.000658	
Restrictions are linear in coefficients.			

ここで、F 統計量は 95.60 となっている。

d=2 の場合：

「Quick」→「Estimate Equation...」を選択して「e c y(-1) y(-1)*y(-2) y(-1)*y(-2)^2 y(-1)*y(-2)^3」と入力し、(7.21)の補助回帰式の推定を行う。推定結果は以下の通りである。

Dependent Variable: E				
Method: Least Squares				
Date: 11/28/19 Time: 18:35				
Sample (adjusted): 3 250				
Included observations: 248 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.738021	0.263664	2.799103	0.0055
Y(-1)	0.047559	0.113049	0.420693	0.6744
Y(-1)*Y(-2)	-0.157640	0.038261	-4.120079	0.0001
Y(-1)*Y(-2)^2	0.005141	0.004710	1.091469	0.2761
Y(-1)*Y(-2)^3	0.003236	0.001061	3.050758	0.0025
R-squared	0.086148	Mean dependent var	-0.011853	
Adjusted R-squared	0.071105	S.D. dependent var	2.865629	
S.E. of regression	2.761870	Akaike info criterion	4.889648	
Sum squared resid	1853.586	Schwarz criterion	4.960483	
Log likelihood	-601.3164	Hannan-Quinn criter.	4.918164	
F-statistic	5.726853	Durbin-Watson stat	1.887092	
Prob(F-statistic)	0.000202			

次に、非線形項の係数が全て 0 であるという同時制約を検定する。Equation Window から「View」→「Coefficient Diagnostics」→「Wald Test」と選択し、制約を「 $c(3)=c(4)=c(5)=0$ 」とする。すると、以下の結果を得る。

Wald Test			
Equation: EQD			
Test Statistic	Value	df	Probability
F-statistic	7.635508	(3, 243)	0.0001
Chi-square	22.90652	3	0.0000
Null Hypothesis: C(3)=C(4)=C(5)=0			
Null Hypothesis Summary:			
Normalized Restriction (= 0)	Value	Std. Err.	
C(3)	-0.157640	0.038261	
C(4)	0.005141	0.004710	
C(5)	0.003236	0.001061	
Restrictions are linear in coefficients.			

ここで、 F 統計量は 7.64 となっている。従って、遅れのパラメータは $d=1$ と選択することが妥当である。

$d=1$ の時、非線形性は棄却される。そのため、テラスバータの検定の第 3 段階の手続きを行う必要がある。 $d=1$ の補助回帰式に戻り、「View」→「Coefficient Diagnostics」→「Wald Test」と選択し、制約を「 $c(5) = 0$ 」とする。すると、以下の結果を得る。

Wald Test			
Equation: EQD			
Test Statistic	Value	df	Probability
t-statistic	-4.843551	244	0.0000
F-statistic	23.45998	(1, 244)	0.0000
Chi-square	23.45998	1	0.0000

Null Hypothesis: C(5)=0			
Null Hypothesis Summary:			
Normalized Restriction (= 0)	Value	Std. Err.	
C(5)	-0.003187	0.000658	

Restrictions are linear in coefficients.

ここで、 F 統計量は-4.84、 p 値は 0.0000 である。従って、帰無仮説は棄却され、LSTAR モデルが選択される。

(e) 「Quick」 → 「Estimate Equation...」を選択して「 $y \ c \ y(-1) \ y(-2) \ y(-1)^2$ 」と入力し、GAR モデルの推定を行う。推定結果は以下の通りである。

Dependent Variable: Y				
Method: Least Squares				
Date: 09/03/19 Time: 21:08				
Sample (adjusted): 3 250				
Included observations: 248 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	2.032787	0.226517	8.974097	0.0000
Y(-1)	0.389302	0.055821	6.974057	0.0000
Y(-2)	0.201459	0.057963	3.475644	0.0006
Y(-1)^2	-0.146994	0.013900	-10.57519	0.0000
R-squared	0.524474	Mean dependent var		0.605026
Adjusted R-squared	0.518628	S.D. dependent var		3.436765
S.E. of regression	2.384462	Akaike info criterion		4.591821
Sum squared resid	1387.301	Schwarz criterion		4.648490
Log likelihood	-565.3859	Hannan-Quinn criter.		4.614634
F-statistic	89.70545	Durbin-Watson stat		2.039983
Prob(F-statistic)	0.000000			

この結果は本文の推定結果と一致している。また、Command に

```
genr e_gar = resid
```

と入力して、残差を保存する。次に、保存した `e_gar` を開き、「View」 → 「Correlogram...」と進む。すると、以下のように残差の自己相関係数が得られる

Date: 09/03/19 Time: 21:10					
Sample: 1250					
Included observations: 248					
Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 -0.034	-0.034	0.2964	0.586
		2 -0.086	-0.087	2.1395	0.343
		3 -0.030	-0.036	2.3655	0.500
		4 0.015	0.005	2.4191	0.659
		5 0.003	-0.002	2.4210	0.788
		6 0.051	0.053	3.0995	0.796
		7 -0.057	-0.052	3.9230	0.789
		8 -0.091	-0.087	6.0580	0.641
		9 0.079	0.068	7.6845	0.566
		10 0.045	0.032	8.2093	0.608
		11 -0.060	-0.051	9.1653	0.607
		12 -0.042	-0.038	9.6390	0.648
		13 -0.024	-0.030	9.7883	0.711
		14 -0.060	-0.069	10.738	0.706
		15 0.035	0.008	11.058	0.748
		16 0.032	0.020	11.331	0.789
		17 -0.066	-0.045	12.485	0.770
		18 -0.023	-0.023	12.623	0.813
		19 -0.004	-0.031	12.627	0.857
		20 -0.029	-0.037	12.848	0.884
		21 0.081	0.076	14.653	0.840
		22 -0.012	-0.020	14.695	0.875
		23 0.012	0.038	14.734	0.904
		24 -0.063	-0.063	15.821	0.894
		25 -0.071	-0.105	17.219	0.874
		26 -0.042	-0.060	17.708	0.886
		27 -0.064	-0.097	18.864	0.875
		28 -0.037	-0.060	19.241	0.891
		29 0.125	0.125	23.644	0.746
		30 -0.041	-0.056	24.129	0.766
		31 -0.072	-0.081	25.615	0.740
		32 0.063	0.049	26.751	0.729
		33 -0.030	-0.054	27.006	0.759
		34 0.089	0.104	29.278	0.698
		35 -0.001	-0.000	29.279	0.740
		36 0.011	0.018	29.315	0.777

問題文通り、ほぼ全てが小さい値になっていることが確認される。

また、GAR モデルと LSTAR モデルの選択の際は、テラスバータ検定に近い手続きを用いる。今回、遅れのパラメータが $d=1$ であることより、GAR モデルとテイラー級数展開された LSTAR モデルはそれぞれ、

$$y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + a_2 y_{t-2} + a_{11} y_{t-1}^2$$

$$y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + a_2 y_{t-2} + a_{11} y_{t-1}^2 + a_{12} y_{t-1} y_{t-2}$$

$$+ a_{21} y_{t-1}^3 + a_{22} y_{t-1}^2 y_{t-2} + a_{31} y_{t-1}^4 + a_{32} y_{t-1}^3 y_{t-2}$$

となる。従って、LSTAR モデルは GAR モデルをネストしていると言える ($a_{12} = a_{21} = a_{22} = a_{31} = a_{32} = 0$ のとき、LSTAR モデルは GAR モデルになる)。従って、 F 検定で $a_{12} = a_{21} = a_{22} = a_{31} = a_{32} = 0$ の制約を検定すればよい。もし $a_{12} = a_{21} = a_{22} = a_{31} = a_{32} = 0$ の仮説を棄却すれば、LSTAR モデルを選択し、棄却しなければ GAR モデルを選択することになる。

[4]

(a) まず、 r_{10} を r_l 、 r_{short} を r_s という名前に変更する。次に Command に

```
genr s = r_l - r_s
```

と入力し、金利スプレッド s_t を保存する。また、Command に

```
genr i_tar = s(-1) > -0.27
```

と入力して、TAR モデルの指示関数を作成する。そして、「Quick」→「Estimate Equation...」を選択して「 $d(s) = c(1)*i_tar*(s(-1)+0.27)+(1-i_tar)*c(2)*(s(-1)+0.27)+c(3)*d(s(-1))$ 」と入力し、TAR モデルの推定を行う。以下の表は推定結果である。

Dependent Variable: D(S)				
Method: Least Squares (Gauss-Newton / Marquardt steps)				
Date: 09/03/19 Time: 21:32				
Sample (adjusted): 1958Q3 1994Q1				
Included observations: 143 after adjustments				
D(S) = C(1)*I_TAR*(S(-1)+0.27)+(1-I_TAR)*C(2)*(S(-1)+0.27)+C(3)*D(S(-1))				
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	-0.065578	0.041234	-1.590390	0.1140
C(2)	-0.285805	0.077951	-3.666483	0.0003
C(3)	0.171708	0.082930	2.070513	0.0402
R-squared	0.106185	Mean dependent var		0.006154
Adjusted R-squared	0.093417	S.D. dependent var		0.895665
S.E. of regression	0.852804	Akaike info criterion		2.540183
Sum squared resid	101.8185	Schwarz criterion		2.602340
Log likelihood	-178.6231	Hannan-Quinn criter.		2.565440
Durbin-Watson stat	2.032762			

次に、Command に

`genr i_mtar = d(s(-1)) > 0`

と入力して、M-TAR モデルの指示関数を作成する。そして、「Quick」→「Estimate Equation...」を選択して「 $d(s) = c(1)*i_mtar*(s(-1)-1.64)+(1-i_mtar)*c(2)*(s(-1)-1.64)+c(3)*d(s(-1))$ 」と入力し、M-TAR モデルの推定を行う。以下の表は推定結果である。

Dependent Variable: D(S)				
Method: Least Squares (Gauss-Newton / Marquardt steps)				
Date: 09/03/19 Time: 21:35				
Sample (adjusted): 1958Q3 1994Q1				
Included observations: 143 after adjustments				
D(S) = C(1)*I_MTAR*(S(-1)-1.64)+(1-I_MTAR)*C(2)*(S(-1)-1.64)+C(3)*D(S(-1))				
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	-0.299444	0.063039	-4.750136	0.0000
C(2)	-0.007149	0.049460	-0.144545	0.8853
C(3)	0.016072	0.087922	0.182805	0.8552
R-squared	0.146296	Mean dependent var		0.006154
Adjusted R-squared	0.134100	S.D. dependent var		0.895665
S.E. of regression	0.833449	Akaike info criterion		2.494269
Sum squared resid	97.24933	Schwarz criterion		2.556426
Log likelihood	-175.3402	Hannan-Quinn criter.		2.519526
Durbin-Watson stat	1.836249			

これらの結果は、本文 7.11 の実証結果と同じものである。

(b) (a)で推定した M-TAR モデルでは、 $c(2)$ と $c(3)$ が有意でない。従って、「Quick」→「Estimate Equation...」を選択して「 $d(s) = c(1)*i_mtar*(s(-1)-1.64)$ 」と入力し、有意でない係数を除いた

M-TAR モデルの推定を行う。以下の表は M-TAR モデルの推定結果である。

Dependent Variable: D(S)				
Method: Least Squares (Gauss-Newton / Marquardt steps)				
Date: 09/03/19 Time: 21:38				
Sample (adjusted): 1958Q3 1994Q1				
Included observations: 143 after adjustments				
D(S) = C(1)*I_MTAR*(S(-1)-1.64)				
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	-0.301838	0.061236	-4.929092	0.0000
R-squared	0.146060	Mean dependent var		0.006154
Adjusted R-squared	0.146060	S.D. dependent var		0.895665
S.E. of regression	0.827674	Akaike info criterion		2.466573
Sum squared resid	97.27621	Schwarz criterion		2.487292
Log likelihood	-175.3600	Hannan-Quinn criter.		2.474992
Durbin-Watson stat	1.813881			

(c) (b)同様、有意でない係数を除いた TAR モデルを推定する。(a)より、c(1)は有意でない。従って、「Quick」→「Estimate Equation...」を選択して「d(s)=(1-i_tar)*c(2)*(s(-1)+0.27)+c(3)*d(s(-1))」と入力し、有意でない係数を除いた TAR モデルの推定を行う。以下の表は推定結果である。

Dependent Variable: D(S)				
Method: Least Squares (Gauss-Newton / Marquardt steps)				
Date: 09/10/19 Time: 19:56				
Sample (adjusted): 1958Q3 1994Q1				
Included observations: 143 after adjustments				
D(S) = (1-I_TAR)*C(2)*(S(-1)+0.27)+C(3)*D(S(-1))				
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(2)	-0.281456	0.078324	-3.593472	0.0005
C(3)	0.152457	0.082486	1.848283	0.0667
R-squared	0.090037	Mean dependent var		0.006154
Adjusted R-squared	0.083583	S.D. dependent var		0.895665
S.E. of regression	0.857417	Akaike info criterion		2.544102
Sum squared resid	103.6581	Schwarz criterion		2.585540
Log likelihood	-179.9033	Hannan-Quinn criter.		2.560941
Durbin-Watson stat	2.032682			

TAR モデルと M-TAR モデルの残差平方和はそれぞれ、103.6581 と 97.27621 であり、Induced Observation を見ると、 $T = 143$ とわかる。また、推定されたパラメータの数 n は、TAR モデルにおいて3（閾値を含めている）、M-TAR モデルにおいて1となる。従って、 $AIC = T \times \ln(SSR) + 2 \times n$ より、TAR モデルの AIC は

$$AIC = 143 \times \ln(103.6581) + 2 \times 3 = 669.677$$

となり、M-TAR モデルの AIC は

$$AIC = 143 \times \ln(97.27621) + 2 \times 1 = 656.590$$

となる。また、 $BIC = T \times \ln(SSR) + n \times \ln(T)$ より、TAR モデルの BIC は

$$BIC = 143 \times \ln(103.6581) + 3 \times \ln(143) = 678.566$$

となり、M-TAR モデルの BIC は

$$\text{BIC} = 143 \times \ln(97.27621) + 1 \times \ln(143) = 659.553$$

となる。

(d) 非線形誤差修正の場合：

「Quick」 → 「Estimate VAR」 を選択し、内生変数として $d(r_l)$ と $d(r_s)$ 、外生変数として $i_mtar*(s(-1)-1.64)$ と $(1-i_mtar)*(s(-1)-1.64)$ を選び、誤差修正モデルの推定を行う。ここで、ラグは 2 に指定する。以下の表は非線形誤差修正モデルの推定結果である。

Vector Autoregression Estimates		
Date: 09/10/19 Time: 20:30		
Sample (adjusted): 1958Q4 1994Q1		
Included observations: 142 after adjustments		
Standard errors in () & t-statistics in []		
	D(R_L)	D(R_S)
D(R_L(-1))	0.227909 (0.10269) [2.21938]	0.657393 (0.20300) [3.23835]
D(R_L(-2))	-0.019291 (0.10565) [-0.18260]	-0.530071 (0.20885) [-2.53809]
D(R_S(-1))	-0.013013 (0.05376) [-0.24206]	0.037106 (0.10627) [0.34917]
D(R_S(-2))	-0.054328 (0.04872) [-1.11506]	-0.044579 (0.09631) [-0.46284]
I_MSTAR*(S(-1)-1.64)	-0.030799 (0.04037) [-0.76299]	0.212408 (0.07980) [2.66182]
(1-I_MSTAR)*(S(-1)-1.64)	-0.066445 (0.03153) [-2.10714]	-0.041633 (0.06234) [-0.66789]
R-squared	0.100396	0.225405
Adj. R-squared	0.067322	0.196927
Sum sq. resids	34.03364	132.9996
S.E. equation	0.500247	0.988908
F-statistic	3.035517	7.915120
Log likelihood	-100.0674	-196.8401
Akaike AIC	1.493906	2.856903
Schwarz SC	1.618801	2.981798
Mean dependent	0.018099	0.013310
S.D. dependent	0.517987	1.103515
Determinant resid covariance (dof adj.)		0.151845
Determinant resid covariance		0.139284
Log likelihood		-253.9266
Akaike information criterion		3.873530
Schwarz criterion		4.123318
Number of coefficients		12

非線形誤差修正モデルの Determinant resid covariance を見ると、 $|\Sigma| = 0.139284$ とわかり、Induced Observation を見ると、 $T = 142$ とわかる。また、推定されたパラメータの数 n は、12 である。従って、 $\text{AIC} = T \times \ln(|\Sigma|) + 2 \times n$ より、非線形誤差修正モデルの AIC は

$$\text{AIC} = 142 \times \ln(0.139284) + 2 \times 12 = -255.916$$

とわかる。

線形誤差修正の場合：

まず、 rL_t の長期関係の推定を行う。「Quick」 → 「Estimate Equation...」 を選択して「rl crs」と入力して、長期関係を推定する。そして、Command に

genr e_l = resid

と入力し、e_1に残差を保存する。最後に、「Quick」→「Estimate VAR」を選択し、内生変数としてd(r_l)とd(r_s)、外生変数としてcとe_1(-1)を選び、誤差修正モデルの推定を行う。ここでも、ラグは2に指定する。以下の表は線形誤差修正モデルの推定結果である。

Vector Autoregression Estimates		
Date: 09/10/19 Time: 20:31		
Sample (adjusted): 1958Q4 1994Q1		
Included observations: 142 after adjustments		
Standard errors in () & t-statistics in []		
	D(R_L)	D(R_S)
D(R_L(-1))	0.234940 (0.09931) [2.36562]	0.578333 (0.20557) [2.81336]
D(R_L(-2))	-0.009016 (0.10086) [-0.08939]	-0.651249 (0.20877) [-3.11939]
D(R_S(-1))	-0.017620 (0.04829) [-0.36489]	0.132604 (0.09995) [1.32671]
D(R_S(-2))	-0.074188 (0.04833) [-1.53495]	-0.061582 (0.10004) [-0.61557]
E_L(-1)	-0.113980 (0.03498) [-3.25868]	-0.002724 (0.07240) [-0.03763]
R-squared	0.134145	0.182652
Adj. R-squared	0.108864	0.158787
Sum sq. resids	32.75686	140.3405
S.E. equation	0.488980	1.012118
F-statistic	5.306257	7.653794
Log likelihood	-97.35253	-200.6546
Akaike AIC	1.441585	2.896544
Schwarz SC	1.545663	3.000622
Mean dependent	0.018099	0.013310
S.D. dependent	0.517987	1.103515
Determinant resid covariance (dof adj.)		0.155098
Determinant resid covariance		0.144368
Log likelihood		-265.5658
Akaike information criterion		3.881209
Schwarz criterion		4.089366
Number of coefficients		10

線形誤差修正モデルの Determinant resid covariance を見ると、 $|\Sigma| = 0.144368$ とわかり、Induced Observation を見ると、 $T = 142$ とわかる。また、推定されたパラメータの数 n は、10である。従って、 $AIC = T \times \ln(|\Sigma|) + 2 \times n$ より、非線形誤差修正モデルの AIC は

$$AIC = 142 \times \ln(0.144368) + 2 \times 10 = -254.825$$

とわかる。従って、非線形誤差修正モデルの AICの方が小さいことがわかる。

[5]

(a) まず、tar の名前を y に変更する。次に、「Quick」→「Estimate Equation...」を選択して「y c y(-1)」と入力して、推定を行う。以下の表は推定結果である。

Dependent Variable: Y				
Method: Least Squares				
Date: 11/28/19 Time: 19:43				
Sample (adjusted): 2 200				
Included observations: 199 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.161796	0.069805	-2.317811	0.0215
Y(-1)	0.529312	0.060470	8.753250	0.0000
R-squared	0.280022	Mean dependent var	-0.339517	
Adjusted R-squared	0.276367	S.D. dependent var	1.107547	
S.E. of regression	0.942153	Akaike info criterion	2.728702	
Sum squared resid	174.8676	Schwarz criterion	2.761800	
Log likelihood	-269.5058	Hannan-Quinn criter.	2.742097	
F-statistic	76.61938	Durbin-Watson stat	1.990152	
Prob(F-statistic)	0.000000			

従って、問題文の推定結果は再現される。

(b) Command に

genr e = resid

genr yhat = y - e

と入力して、残差と予測値を保存する。次に、「Quick」→「Estimate Equation...」を選択して「c y(-1) yhat^2 yhat^3 yhat^4」と入力して、推定を行う。以下の表は推定結果である。

Dependent Variable: E				
Method: Least Squares				
Date: 11/28/19 Time: 19:46				
Sample (adjusted): 2 200				
Included observations: 199 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.085625	0.093435	0.916407	0.3606
Y(-1)	0.060736	0.132344	0.458925	0.6468
YHAT^2	-0.341502	0.240686	-1.418869	0.1575
YHAT^3	-0.231293	0.218832	-1.056943	0.2919
YHAT^4	0.005945	0.121554	0.048907	0.9610
R-squared	0.021504	Mean dependent var	-4.91E-17	
Adjusted R-squared	0.001329	S.D. dependent var	0.939771	
S.E. of regression	0.939146	Akaike info criterion	2.737114	
Sum squared resid	171.1072	Schwarz criterion	2.819860	
Log likelihood	-267.3428	Hannan-Quinn criter.	2.770603	
F-statistic	1.065874	Durbin-Watson stat	1.980201	
Prob(F-statistic)	0.374630			

そして、Equation Window から「View」→「Coefficient Diagnostics」→「Wald Test」と選択する。そして、制約を「c(3)=c(4)=c(5)=0」とすると、以下の結果を得る。

Wald Test			
Equation: EQB			
Test Statistic	Value	df	Probability
F-statistic	1.421166	(3, 194)	0.2379
Chi-square	4.263497	3	0.2344
Null Hypothesis: C(3)=C(4)=C(5)=0			
Null Hypothesis Summary:			
Normalized Restriction (= 0)	Value	Std. Err.	
C(3)	-0.341502	0.240686	
C(4)	-0.231293	0.218832	
C(5)	0.005945	0.121554	
Restrictions are linear in coefficients.			

従って、RESET から、 $F = 1.421$ が得られた。

(c) 「File」 → 「New」 → 「Program」 を選択し、以下のコードを実行する。

```
vector(200) ssr_result
vector(200) y_ordered

for !i = 1 to 200
%date = @otod(!i)
y_ordered(!i)= @elem(y,%date)
next

vector y_ordered_2 = @sort(y_ordered)
for !i=30 to 170
series h_!i = (y(-1)>y_ordered_2(!i))
equation y_{!i}.ls y=h_!i*(c(1)+c(2)*y(-1))+(1-h_!i)*(c(3)+c(4)*y(-1))
ssr_result(!i)=@ssr
next

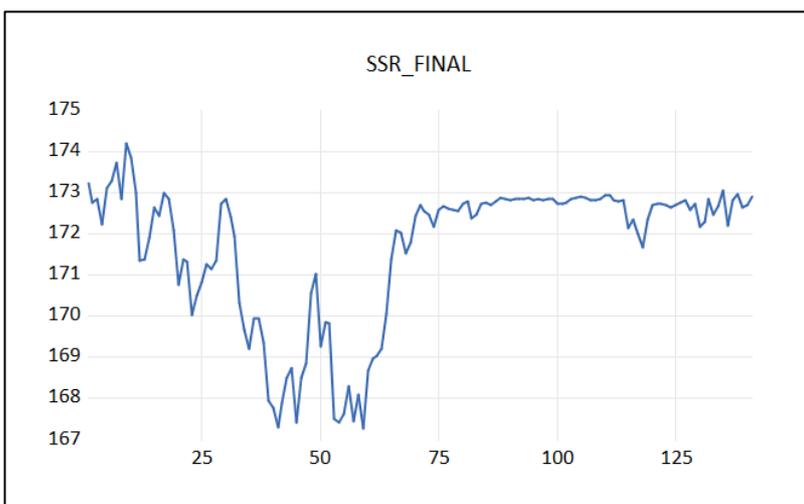
vector(141) ssr_final
for !i=1 to 141
ssr_final(!i) = ssr_result(!i+29)
next

scalar threshold_index = @imin(ssr_final)+29
```

このコードを実行することで `threshold_index` に保存される整数は、閾値となる y が何番目に小さい `observation` であるかを示している。

	Value
THRESHO	88.00000

今回は上のような結果を得る。従って、88 番目に小さい y が今回の閾値である。そして、その y の値は、 -0.4012 と求まる（上のコードでは、`y_ordered_2` に y を昇順に並べ替えたデータが収納されている。このベクトルの 88 番目の要素を見れば、 -0.4012 が得られる）。また、残差平方和のプロットは以下のようなになる。



このグラフは、昇順に並び替えた y の 30 番目から 170 番目の値を閾値とした、それぞれの残差平方和を表している。88 番目に小さい y を閾値とした残差平方和は、このグラフにおいては 59 番目の残差平方和に対応している。グラフより、全体で 88 番目に小さい y を閾値とした際の残差平方和が実際に最小であることが確かめられる。

(d) (c)で求めた閾値ではないが、本問では閾値として -0.4012 を用いる。Command に

```
genr i = y(-1) > -0.4012
```

と入力して、指示関数を作成する。次に、「Quick」→「Estimate Equation...」を選択して「 $y = (c(1) + c(2)*y(-1))^i + (c(3) + c(4)*y(-1))*(1-i)$ 」と入力し、モデルの推定を行う。以下の表は、推定結果である。

Dependent Variable: Y				
Method: Least Squares (Gauss-Newton / Marquardt steps)				
Date: 11/28/19 Time: 20:46				
Sample: 2 200				
Included observations: 199				
Y=(C(1)+C(2)*Y(-1))*I + (C(3)+C(4)*Y(-1))*(1-I)				
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.056697	0.101652	0.557753	0.5777
C(2)	0.259585	0.122581	2.117668	0.0355
C(3)	-0.463755	0.219180	-2.115861	0.0356
C(4)	0.401813	0.149037	2.696065	0.0076
R-squared	0.311272	Mean dependent var		-0.339517
Adjusted R-squared	0.300677	S.D. dependent var		1.107547
S.E. of regression	0.926193	Akaike info criterion		2.704427
Sum squared resid	167.2774	Schwarz criterion		2.770624
Log likelihood	-265.0905	Hannan-Quinn criter.		2.731219
Durbin-Watson stat	1.994340			

[6]

(a) まず、Command に

genr pi = 400*(log(cpi)-log(cpi(-1)))

と入力し、インフレ率を作成する。次に、「Quick」→「Estimate VAR」を選択し、内生変数として pi を選び、AR モデルの推定を行う。次に、VAR window から「View」→「Lag Structure」→「Lag Length Criteria」を選択する。ここで、ラグの最大次数を 8 とすると、以下の結果を得る。

VAR Lag Order Selection Criteria						
Endogenous variables: PI						
Exogenous variables: C						
Date: 09/10/19 Time: 21:33						
Sample: 1960Q1 2012Q4						
Included observations: 203						
Lag	LogL	LR	FPE	AIC	SC	HQ
0	-514.8550	NA	9.435115	5.082315	5.098637	5.088918
1	-428.7737	170.4663	4.080420	4.244076	4.276719	4.257282
2	-426.0319	5.402718	4.010998	4.226915	4.275879	4.246724
3	-416.7020	18.29204*	3.694981*	4.144847*	4.210132*	4.171259*
4	-416.4325	0.525747	3.721687	4.152044	4.233650	4.185059
5	-414.9881	2.803333	3.705457	4.147666	4.245594	4.187284
6	-414.9742	0.026853	3.741669	4.157382	4.271630	4.203602
7	-414.3934	1.115930	3.757203	4.161511	4.292081	4.214334
8	-413.8558	1.027522	3.774424	4.166067	4.312958	4.225493
* indicates lag order selected by the criterion						
LR: sequential modified LR test statistic (each test at 5% level)						
FPE: Final prediction error						
AIC: Akaike information criterion						
SC: Schwarz information criterion						
HQ: Hannan-Quinn information criterion						

AIC に従い、ラグとして 3 を選択する。

(b) 「Quick」→「Estimate Equation...」を選択して「y c y(-1 to -3)」と入力し、AR(3)モデルの推定を行う。そして推定後、Command に

genr e = resid

と入力し、残差を保存する。次に、補助回帰式(7.21)を推定する。今回、遅れのパラメータ d が未知なので、まずは $d=1$ から推定を行い、線形性の F 検定を行う。

$d=1$ の場合：

「Quick」 → 「Estimate Equation...」 を選択して 「 $c \pi(-1) \pi(-2) \pi(-3) \pi(-1)^2 \pi(-1)*\pi(-2) \pi(-1)*\pi(-3) \pi(-1)^3 \pi(-1)^2*\pi(-2) \pi(-1)^2*\pi(-3) \pi(-1)^4 \pi(-1)^3*\pi(-2) \pi(-1)^3*\pi(-3)$ 」 と入力して、推定を行う。推定結果は以下の通りである。

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.305707	0.793600	1.645296	0.1015
PI(-1)	-0.509849	0.515476	-0.989083	0.3238
PI(-2)	0.017374	0.161239	0.107752	0.9143
PI(-3)	-0.305413	0.203285	-1.502388	0.1346
PI(-1)^2	0.010875	0.104436	0.104130	0.9172
PI(-1)*PI(-2)	0.023906	0.033346	0.716903	0.4743
PI(-1)*PI(-3)	0.063087	0.103787	0.607852	0.5440
PI(-1)^3	0.003133	0.005758	0.544041	0.5870
PI(-1)^2*PI(-2)	-0.007930	0.012723	-0.623251	0.5338
PI(-1)^2*PI(-3)	0.006229	0.020737	0.300392	0.7642
PI(-1)^4	0.000200	0.000347	0.575629	0.5655
PI(-1)^3*PI(-2)	0.000306	0.000973	0.314534	0.7535
PI(-1)^3*PI(-3)	-0.000898	0.001315	-0.682815	0.4955
R-squared	0.058099	Mean dependent var	-1.49E-16	
Adjusted R-squared	0.000136	S.D. dependent var	1.875962	
S.E. of regression	1.875834	Akaike info criterion	4.156446	
Sum squared resid	686.1570	Schwarz criterion	4.365042	
Log likelihood	-419.2703	Hannan-Quinn criter.	4.240791	
F-statistic	1.002344	Durbin-Watson stat	1.907938	
Prob(F-statistic)	0.448271			

ここで、Equation Window から「View」 → 「Coefficient Diagnostics」 → 「Wald Test」と選択し、制約を「 $c(5)=c(6)=c(7)=c(8)=c(9)=c(10)=c(11)=c(12)=c(13)=0$ 」とする。すると、以下の結果を得る。

Test Statistic	Value	df	Probability
F-statistic	1.336458	(9, 195)	0.2202
Chi-square	12.02812	9	0.2117
Null Hypothesis: $C(5)=C(6)=C(7)=C(8)=C(9)=C(10)=C(11)=C(12)=C(13)=0$			
Null Hypothesis Summary:			
Normalized Restriction (= 0)	Value	Std. Err.	
C(5)	0.010875	0.104436	
C(6)	0.023906	0.033346	
C(7)	0.063087	0.103787	
C(8)	0.003133	0.005758	
C(9)	-0.007930	0.012723	
C(10)	0.006229	0.020737	
C(11)	0.000200	0.000347	
C(12)	0.000306	0.000973	
C(13)	-0.000898	0.001315	
Restrictions are linear in coefficients.			

$d=2$ の場合：

「Quick」 → 「Estimate Equation...」 を選択して 「e c pi(-1) pi(-2) pi(-3) pi(-1)*pi(-2) pi(-2)^2 pi(-2)*pi(-3) pi(-1)^2*pi(-2) pi(-1)*pi(-2)^2 pi(-2)^2*pi(-3) pi(-1)*pi(-2)^3 pi(-1)*pi(-2)^3 pi(-2)^3*pi(-3)」 と入力して、推定を行う。モデルの推定結果は以下の通りである。

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.469887	0.704383	0.667090	0.5055
PI(-1)	-0.147598	0.251581	-0.586681	0.5581
PI(-2)	0.050364	0.427504	0.117809	0.9063
PI(-3)	-0.128864	0.124178	-1.036129	0.3014
PI(-1)*PI(-2)	-0.106548	0.149024	-0.714974	0.4755
PI(-2)^2	0.055602	0.059080	0.941127	0.3478
PI(-2)*PI(-3)	0.038389	0.030215	1.270529	0.2054
PI(-1)*PI(-2)^2	0.030139	0.027695	1.088271	0.2778
PI(-2)^3	-0.016267	0.012446	-1.307023	0.1927
PI(-2)^2*PI(-3)	-0.005224	0.008056	-0.648445	0.5175
PI(-1)*PI(-2)^3	-0.001506	0.001446	-1.041480	0.2989
PI(-2)^4	0.000516	0.001029	0.501303	0.6167
PI(-2)^3*PI(-3)	0.000526	0.000659	0.798323	0.4257
R-squared	0.101983	Mean dependent var	-1.49E-16	
Adjusted R-squared	0.046720	S.D. dependent var	1.875962	
S.E. of regression	1.831615	Akaike info criterion	4.108734	
Sum squared resid	654.1884	Schwarz criterion	4.317330	
Log likelihood	-414.3084	Hannan-Quinn criter.	4.193080	
F-statistic	1.845426	Durbin-Watson stat	1.908121	
Prob(F-statistic)	0.043453			

ここで、Equation Window から 「View」 → 「Coefficient Diagnostics」 → 「Wald Test」 と選択し、制約を 「c(5)=c(6)=c(7)=c(8)=c(9)=c(10)=c(11)=c(12)=c(13)=0」 とする。すると、以下の結果を得る。

Test Statistic	Value	df	Probability
F-statistic	2.460568	(9, 195)	0.0112
Chi-square	22.14511	9	0.0084

Null Hypothesis: C(5)=C(6)=C(7)=C(8)=C(9)=C(10)=C(11)=C(12)=C(13)=0
Null Hypothesis Summary:

Normalized Restriction (= 0)	Value	Std. Err.
C(5)	-0.106548	0.149024
C(6)	0.055602	0.059080
C(7)	0.038389	0.030215
C(8)	0.030139	0.027695
C(9)	-0.016267	0.012446
C(10)	-0.005224	0.008056
C(11)	-0.001506	0.001446
C(12)	0.000516	0.001029
C(13)	0.000526	0.000659

Restrictions are linear in coefficients.

従って、F 統計量は d=2 の場合の方が大きいので、d=2 の方が d=1 よりも適していると考えられる。次に、d=3 の場合について考える。

d=3 の場合：

「Quick」 → 「Estimate Equation...」 を選択して 「e c pi(-1) pi(-2) pi(-3) pi(-1)*pi(-3) pi(-2)*pi(-3) pi(-3)^2 pi(-1)*pi(-3)^2 pi(-1)*pi(-3)^2 pi(-3)^3 pi(-1)*pi(-3)^3 pi(-2)*pi(-3)^3 pi(-3)^4」 と入力して、推定を行う。モデルの推定結果は以下の通りである。

Dependent Variable: E				
Method: Least Squares				
Date: 09/16/19 Time: 17:06				
Sample (adjusted): 1961Q1 2012Q4				
Included observations: 208 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.385528	0.811208	0.475252	0.6351
PI(-1)	-0.291926	0.317823	-0.918518	0.3595
PI(-2)	0.273432	0.280045	0.976387	0.3301
PI(-3)	-0.086721	0.477128	-0.181756	0.8560
PI(-1)*PI(-3)	-0.035808	0.170024	-0.210606	0.8334
PI(-2)*PI(-3)	-0.024167	0.171934	-0.140561	0.8884
PI(-3)^2	-0.017629	0.087172	-0.202229	0.8399
PI(-1)*PI(-3)^2	0.027230	0.028750	0.947135	0.3447
PI(-2)*PI(-3)^2	-0.013379	0.031945	-0.418814	0.6758
PI(-3)^3	0.006023	0.014872	0.404994	0.6859
PI(-1)*PI(-3)^3	-0.001821	0.001394	-1.306143	0.1930
PI(-2)*PI(-3)^3	0.000950	0.001609	0.590187	0.5557
PI(-3)^4	-0.000189	0.000912	-0.207184	0.8361
R-squared	0.090766	Mean dependent var	-1.49E-16	
Adjusted R-squared	0.034813	S.D. dependent var	1.875962	
S.E. of regression	1.843018	Akaike info criterion	4.121148	
Sum squared resid	662.3598	Schwarz criterion	4.329744	
Log likelihood	-415.5994	Hannan-Quinn criter.	4.205494	
F-statistic	1.622184	Durbin-Watson stat	1.874810	
Prob(F-statistic)	0.087951			

ここで、Equation Window から「View」→「Coefficient Diagnostics」→「Wald Test」と選択し、制約を「 $c(5)=c(6)=c(7)=c(8)=c(9)=c(10)=c(11)=c(12)=c(13)=0$ 」とする。すると、以下の結果を得る。

Wald Test:			
Equation: EQB3			
Test Statistic	Value	df	Probability
F-statistic	2.162912	(9, 195)	0.0262
Chi-square	19.46621	9	0.0215
Null Hypothesis: $C(5)=C(6)=C(7)=C(8)=C(9)=C(10)=C(11)=C(12)=C(13)=0$			
Null Hypothesis Summary:			
Normalized Restriction (= 0)	Value	Std. Err.	
C(5)	-0.035808	0.170024	
C(6)	-0.024167	0.171934	
C(7)	-0.017629	0.087172	
C(8)	0.027230	0.028750	
C(9)	-0.013379	0.031945	
C(10)	0.006023	0.014872	
C(11)	-0.001821	0.001394	
C(12)	0.000950	0.001609	
C(13)	-0.000189	0.000912	
Restrictions are linear in coefficients.			

従って、 F 統計量は $d=2$ の場合の方が大きいので、 $d=2$ の方が $d=3$ よりも適していると考えられる。よって、適切な遅れのパラメータは 2 であると確認出来る。

以下、 $d=2$ の場合を考える。 $d=2$ の際、線形性の検定の F 統計量は 2.46 であり、 p 値は 0.011 であった。従って、線形性は棄却される。次に、Equation Window から「View」→「Coefficient Diagnostics」→「Wald Test」と選択し、制約を「 $(11)=c(12)=c(13)=0$ 」とする。すると、以下の結果を得る。

Wald Test: Equation: EQB2			
Test Statistic	Value	df	Probability
F-statistic	1.367435	(3, 195)	0.2540
Chi-square	4.102305	3	0.2506
Null Hypothesis: C(11)=C(12)=C(13)=0 Null Hypothesis Summary:			
Normalized Restriction (= 0)	Value	Std. Err.	
C(11)	-0.001506	0.001446	
C(12)	0.000516	0.001029	
C(13)	0.000526	0.000659	
Restrictions are linear in coefficients.			

この時、 F 統計量は 1.36、 p 値は 0.254 であるため、ESTAR モデルを棄却することはできない。従って、ESTAR モデルを採用すべきだと考えられる。

[7]

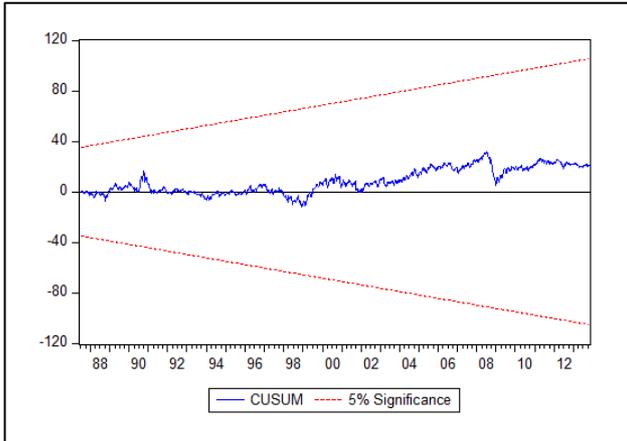
(a) Command に

```
genr p = 100*(log(spot)-log(spot(-1)))
```

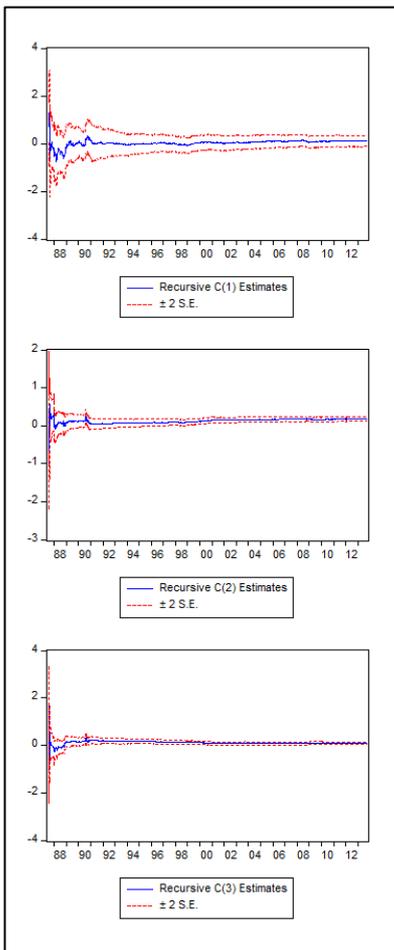
と入力して、スポット価格の変化率を保存する。次に、「Quick」→「Estimate Equation...」を選択して「p c p(-1) p(-3)」と入力して、AR(1,3)モデルの推定を行う。推定結果は以下の通りである。

Dependent Variable: P Method: Least Squares Date: 09/11/19 Time: 14:52 Sample (adjusted): 6/12/1987 11/01/2013 Included observations: 1378 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.094571	0.111471	0.848394	0.3964
P(-1)	0.172327	0.026466	6.511291	0.0000
P(-3)	0.084365	0.026469	3.187318	0.0015
R-squared	0.037612	Mean dependent var	0.127452	
Adjusted R-squared	0.036212	S.D. dependent var	4.211157	
S.E. of regression	4.134206	Akaike info criterion	5.678642	
Sum squared resid	23501.03	Schwarz criterion	5.690025	
Log likelihood	-3909.585	Hannan-Quinn criter.	5.682901	
F-statistic	26.86909	Durbin-Watson stat	1.986641	
Prob(F-statistic)	0.000000			

次に、Equation Window から「View」→「Stability Diagnostics」→「Recursive Estimates (OLS only)...」を選択する。そして、「Output」として「CUSUM Test」を選択する場合、CUSUM の逐次的なパラメータ推定値のグラフが得られる。以下がそのグラフである。



また、上の手続きにおいて「Output」として「Recursive Coefficients」を選択する場合、AR($||1,3||$)モデルの逐次的なパラメータ推定値のグラフが得られる。以下がそのグラフである。



(b) Equation Window から「View」→「Stability Diagnostics」→「Quandt-Andrews Breakpoint Test…」を選択する。すると、以下の結果を得ることが出来る。

Quandt-Andrews unknown breakpoint test		
Null Hypothesis: No breakpoints within 15% trimmed data		
Varying regressors: All equation variables		
Equation Sample: 6/12/1987 11/01/2013		
Test Sample: 5/31/1991 11/20/2009		
Number of breaks compared: 965		
Statistic	Value	Prob.
Maximum LR F-statistic (6/28/1991)	3.842211	0.1236
Maximum Wald F-statistic (6/28/1991)	11.52663	0.1236
Exp LR F-statistic	1.022751	0.1495
Exp Wald F-statistic	3.880310	0.0714
Ave LR F-statistic	1.641261	0.1155
Ave Wald F-statistic	4.923784	0.1155
Note: probabilities calculated using Hansen's (1997) method		

今回、1991年6月28日がLR F-statisticsを最大にする時点であることがわかるが、 p 値は0.1236である。従って、構造変化が起これなかったという帰無仮説を棄却出来ない。

(c) Equation Window から「View」→「Stability Diagnostics」→「Multiple Breakpoint Test…」を選択する。また、Methodを「Global L breaks vs. none」に変更する。すると、以下の結果を得ることが出来る。

Multiple breakpoint tests				
Bai-Perron tests of 1 to M globally determined breaks				
Date: 11/30/19 Time: 16:11				
Sample: 5/15/1987 11/01/2013				
Included observations: 1378				
Breaking variables: C P(-1) P(-3)				
Break test options: Trimming 0.15, Max. breaks 5, Sig. level 0.05				
Sequential F-statistic determined breaks:	0			
Significant F-statistic largest breaks:	0			
UDmax determined breaks:	0			
WDMax determined breaks:	0			
Breaks	F-statistic	Scaled F-statistic	Weighted F-statistic	Critical Value
1	3.842211	11.52663	11.52663	13.98
2	3.153355	9.460064	11.03017	11.99
3	3.288991	9.866973	13.27625	10.39
4	2.841528	8.524584	13.16836	9.05
5	2.117361	6.352082	11.90377	7.46
UDMax statistic		11.52663	UDMax critical value**	14.23
WDMax statistic		13.27625	WDMax critical value**	15.59
* Significant at the 0.05 level.				
** Bai-Perron (Econometric Journal, 2003) critical values.				
Estimated break dates:				
1: 6/28/1991				
2: 8/28/1998, 11/28/2008				
3: 8/28/1998, 12/03/2004, 6/19/2009				
4: 6/28/1991, 8/28/1998, 12/03/2004, 6/19/2009				
5: 6/28/1991, 7/28/1995, 7/09/1999, 12/03/2004, 6/19/2009				

この表より、複数回の構造変化を検討した場合においても、構造変化点がないという帰無仮説は棄却されない。

(d) 「Quick」→「Estimation Equation」を選択する、そして、Estimation settings の Method を「THRESHOLD」に変更する。また、推定式を「 p c $p(-1)$ $p(-3)$ 」、Threshold variable specification

を 1 とする。すると、以下の推定結果を得ることが出来る。

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
Dependent Variable: P Method: Discrete Threshold Regression Date: 09/11/19 Time: 15:05 Sample (adjusted): 6/12/1987 11/01/2013 Included observations: 1378 after adjustments Selection: Trimming 0.15, Sig. level 0.05 Threshold variable: P(-1)				
P(-1) < 1.73515 -- 906 obs				
C	-0.190596	0.162868	-1.170254	0.2421
P(-1)	0.130544	0.043510	3.000299	0.0027
P(-3)	0.087359	0.033509	2.607053	0.0092
1.73515 <= P(-1) -- 472 obs				
C	1.557336	0.369928	4.209832	0.0000
P(-1)	-0.078883	0.074075	-1.064914	0.2871
P(-3)	0.071789	0.042607	1.684913	0.0922
R-squared	0.050555	Mean dependent var	0.127452	
Adjusted R-squared	0.047095	S.D. dependent var	4.211157	
S.E. of regression	4.110799	Akaike info criterion	5.669456	
Sum squared resid	23184.97	Schwarz criterion	5.692221	
Log likelihood	-3900.255	Hannan-Quinn criter.	5.677973	
F-statistic	14.61108	Durbin-Watson stat	1.992497	
Prob(F-statistic)	0.000000			

次に、この閾値モデルの妥当性をハンセンの検定を用いて検討する。まず、伝統的な F 統計量を求める。今回、利用可能な観測値の数 T は 1378 であり、線形モデルを推定した際のパラメータの数 n は 3 である。また、閾値モデルの SSR は上の回帰結果より 23184.97、線形モデルの SSR は(a)の回帰結果より 23501.03 とわかる。従って、伝統的な F 統計量は、

$$F = \frac{(23501.03 - 23184.97)/3}{23184.97/1378 - 2 \times 3} = 6.23$$

と求まる。次に、以下のコードを実行し、100 個の F^* から 95 番目の F^* を求める。

```

!draws=100
!series=1382
!series_15 = 207
!series_85 = 1174
vector(!draws) ssr_r=0
vector(!draws) ssr_u=0
vector(968) ssr_u_temp = 0
vector(!draws) f = 0
vector(!series) p_ordered
for !i = 1 to !series
%date = @otod(!i)
p_ordered(!i)= @elem(p,%date)
next
vector p_ordered_2 = @sort(p_ordered)
for !i=!series_15 to !series_85
scalar tau_!i = p_ordered_2(!i)
series h_!i = (p(-1)>tau_!i)
next
for !i=1 to !draws
genr e_!i = nrnd
equation yr_{!i}.ls e_!i c p(-1) p(-3)
ssr_r(!i) = @ssr
for !k=!series_15 to !series_85
equation y_{!i}.ls e_!i h_!k (1-h_!k) h_!k*p(-1) (1-h_!k)*p(-1) h_!k*p(-3) (1-h_!k)*p(-3)
ssr_u_temp(!k-206) = @ssr
next
ssr_u(!i) = @min(ssr_u_temp)
f(!i) = ((ssr_r(!i)-ssr_u(!i))/ssr_r(!i))*((!series-10)/3)
next
vector f = @sort(f)
scalar f_95 =f(95)

```

本解答例を作成する際にこのコードを実行した結果、95番目の F^* は

	Value
F_95	4.314030

4.31 と求まった。従って、線形性の帰無仮説は棄却される。

(e) Command に

genr i = p(-1) > 1.7

と入力し、指示関数を作成する。次に、「Quick」→「Estimate Equation...」を選択して「 $p=c(1)*i+(1-i)*(c(2)*p(-1)+c(3)*p(-3))$ 」と入力して、推定を行う。以下の表は推定結果である。

Dependent Variable: P				
Method: Least Squares (Gauss-Newton / Marquardt steps)				
Date: 09/16/19 Time: 17:47				
Sample (adjusted): 6/12/1987 11/01/2013				
Included observations: 1378 after adjustments				
P=C(1)*i + (1-i)*(C(2)*P(-1)+C(3)*P(-3))				
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	1.238540	0.189387	6.539750	0.0000
C(2)	0.158279	0.036522	4.333757	0.0000
C(3)	0.085991	0.033519	2.565474	0.0104
R-squared	0.046752	Mean dependent var		0.127452
Adjusted R-squared	0.045365	S.D. dependent var		4.211157
S.E. of regression	4.114528	Akaike info criterion		5.669100
Sum squared resid	23277.85	Schwarz criterion		5.680483
Log likelihood	-3903.010	Hannan-Quinn criter.		5.673359
Durbin-Watson stat	2.015341			

今回のモデルの方が(d)のモデルよりも AIC が小さいことが言える。従って、(e)の簡略化されたモデルは有効である。

(f) Command に

genr i2 = p(-2) > 1.7

と入力し、指示関数を作成する。次に、「Quick」→「Estimate Equation...」を選択して「 $p=c(1)*i+(1-i)*(c(2)*p(-1)+c(3)*p(-3))$ 」と入力して、推定を行う。以下の表は推定結果である。

Dependent Variable: P				
Method: Least Squares (Gauss-Newton / Marquardt steps)				
Date: 11/28/19 Time: 21:48				
Sample (adjusted): 6/12/1987 11/01/2013				
Included observations: 1378 after adjustments				
P=I2*(C(1)+C(2)*P(-1)+C(3)*P(-3))+(1-I2)*(C(4)+C(5)*P(-1)+C(6)*P(-3))				
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.170128	0.203130	0.837533	0.4024
C(2)	0.199940	0.044945	4.448562	0.0000
C(3)	0.114217	0.045199	2.526971	0.0116
C(4)	0.006538	0.138552	0.047185	0.9624
C(5)	0.150151	0.033693	4.456434	0.0000
C(6)	0.063722	0.033152	1.922119	0.0548
R-squared	0.039312	Mean dependent var		0.127452
Adjusted R-squared	0.035811	S.D. dependent var		4.211157
S.E. of regression	4.135066	Akaike info criterion		5.681228
Sum squared resid	23459.52	Schwarz criterion		5.703994
Log likelihood	-3908.366	Hannan-Quinn criter.		5.689745
Durbin-Watson stat	1.982738			

この推定結果を見ると、(f)のモデルの方が(d)のモデルよりも AIC が大きい。従って、(d)のモデルよりも有効であるとは言えない。