2017/11/22

新谷元嗣、藪友良、石原卓弥

5章:多変量時系列モデル

教科書5章10節の実証分析(実質為替レートと名目為替レート)を再現することで、VAR モデルの推定方法について学んでいこう。

1. データの読み込みと単位根検定

データとしてホームページの EXRATES.XLS を用いる。エクセルファイルを開くと、1973 年 Q1 から 2008 年 Q2 までの四半期データであることを確認できる。計 7 系列あり、それぞ れ 3 カ国の対ドル為替レート(カナダ e_can、日本 e_ja、イギリス e_uk)、4 カ国の卸売物価 指数(カナダ p_ca、日本 p_ja、イギリス p_uk、アメリカ p_us)に該当する。たとえば、e_uk はポンド/ドル名目為替レート、p uk はイギリスの物価、p us はアメリカの物価である。

まずは、Workfile を新規作成し、データを読み込む。本章では、イギリスのデータを分析 する。データからポンド/ドル名目為替レート(対数表示)と実質為替レート(対数表示) の系列を作成し、各系列にl_e_uk とl_r_uk と名付けよう。これはコマンドウィンドウに、 genrl e_uk = log(e_uk)

genr l r uk = l e uk + log(p us)-log(p uk)

と入力すればよい(実質為替レートの定義は教科書を参照されたい)。

🥵 EV	views						-			
File	Edit	Object	View	Proc	Quick	Options	Add-ins	Window	Help	
genr i genr i	l_e_uk l_r_uk	: = log(e_ = l_e_u	_uk) (+ log(p_us) -	- log(p_	uk)				

第1段階として、英国・米国間実質為替レートと名目為替レートの単位根検定を行う。 まず名目為替レートの分析をしよう。4章で学んだ通り、ADF検定を行うには、Workfile ウ ィンドウから系列 l_e_uk をダブルクリックして、Series ウィンドウを表示し、「View」→「Unit Root Test...」を選択する。すると Unit Root Test ウィンドウが表示される。

Unit Root Test Test type Augmented Dickey-Fuller	
Test for unit root in Level 1st difference 2nd difference Include in test equation	Lag length Automatic selection: Schwarz Info Criterion Maximum lags: 13
 Intercept Trend and intercept None 	O User specified: 4
	OK Cancel

Test type (検定の種類) では Augmented Dickey-Fuller (ADF 検定) を、Test for unit root in で は level を選択しよう。ラグの次数の選択 (Lag length) では Akaike Info Criterion か Schwarz Info Criterion を選ぶ。ここでは Schwarz Info Criterion を選んで OK をすると、以下の画面が 表示される。

Null Hypothesis: L_E_UK has a unit root Exogenous: Constant Lag Length: 1 (Automatic - based on SIC, maxlag=13)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-F	-2.825045	0.0573	
Test critical values:	1% level	-3.477487	
	5% level	-2.882127	
	10% level	-2.577827	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(L_E_UK) Method: Least Squares Date: 11/22/17 Time: 13:33 Sample (adjusted): 1973Q3 2008Q2 Included observations: 140 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
L_E_UK(-1)	-0.067729	0.023975	-2.825045	0.0054
D(L_E_UK(-1))	0.237693	0.081379	2.920823	0.0041
C	-0.035709	0.013654	-2.615266	0.0099

上画面をみると、教科書とほぼ同じ結果が得られていることが分かる。たとえば、 $\Delta 1_e_uk$ の次数として1が選ばれている(AICを用いても同じ次数が選ばれる)。また、1期前の1_e_ukの係数は-0.067729であり、そのt値は-2.82505となる。したがって、単位根仮説は棄却できず、名目為替レートはI(1)であると確認できる。同様に、名目為替レート1_r_ukについても分析すると、BICとAICは1次のラグを選択し、単位根仮説は棄却できない。以上から、両系列(1_e_ukと1_r_uk)ともI(1)過程であるといえる。興味のある読者は、DF-GLS検定をしても同様の結果が得られることを確認してもらいたい。

2. VAR モデルの推定

=

l_e_uk と **l_r_uk** がどちらも *I*(1)過程であると分かったので、階差系列を用いて VAR モデ ルを推定しよう。まず、階差系列を作るには、階差をとる関数 d(X)を用いて、コマンドウ ィンドウに

genr d e = d(1 e uk)

genr $d_r = d(l_r_uk)$

と入力すればよい(下画面参照)。ここで Δl_e_uk は d_e 、 Δl_r_uk は d_r と名付けた。

EViews File Edit Object View Proc Quick Op genr d_e = d(l_e_uk) genr d_r = d(l_r_uk) 次に、1 次の VAR モデルを推定する。メインメニューから「Quick」→「Estimate VAR」 を選択すると、以下の画面が表示される。

VAR Type Unrestricted VAR Vector Error Correction	Endogenous Variables d_r d_e
Estimation Sample	Lag Intervals for Endogenou
	Exogenous Variables

ここで Endogenous Variables には分析に用いる系列として、d_r と d_e を入力する。そ して、Lag Intervals for Endogenous には、ラグ次数の最初と最後の値を入力する。この場 合、1 次のラグのみを用いるので11とした。もし1 次から5 次までのラグを用いるなら1 5 と入力すればよい。そして、定数項を含めるので、Exogenous Variables には c とだけ入 力する。最後に、OK ボタンを押すと、以下の Var Window が表示され、1 次の VAR モデ ルの推定結果が得られる。

war Var: UNTITLED Workfi	le: EXRATES::Unti	tled	-	Ξ×
View Proc Object Print	Name Freeze E	stimate Stats In sion Estimates	npulse Resids	
Vector Autoregression Es Date: 08/23/15 Time: 13 Sample (adjusted): 1973 Included observations: 1 Standard errors in () & t-	stimates 34 03 200802 40 after adjustmo statistics in []	ents	_	•
	D_R	D_E	_	
D_R(-1)	-0.200808 (0.19104) [-1.05113]	-0.259551 (0.17529) [-1.48072]		
D_E(-1)	0.355421 (0.20455) [1.73753]	0.465030 (0.18769) [2.47768]		
с	-0.002192 (0.00418) [-0.52417]	0.000647 (0.00384) [0.16847]		
R-squared Adj. R-squared Sum sq. resids S.E. equation F-statistic	0.030798 0.016649 0.329270 0.049025 2.176706	0.061579 0.047879 0.277208 0.044982 4.494944	=	

ここで被説明変数を実質為替レート d_r としたとき、1 期前の d_r の係数は-0.200808 と なり、その標準誤差は 0.19104、t 値は-1.05113 となっている。同様に、被説明変数を名目 為替レート d_e とすると、1 期前の d_r の係数は-0.259551、その標準誤差は 0.17529、t 値は-1.48072 となる。また、各式ごとに、決定係数などの情報もみてとれる。

1 次のラグで VAR モデルを推定したが、ラグの次数の選択が本当に妥当であったかどう かを確認してみよう。Var Window から、「View」→「Lag Structure」→「Lag Length Criteria」 を選択する。すると、以下の Lag Specification Window が表示される。



ここで最大の次数を選択して、OK ボタンを押す(ここで最大の次数は8としている)。 そうすると、0から8次までのVARについて、それぞれ尤度比(LR)、情報量基準としてAIC、 SBC(SCと表記)の値が計算される。ここで、*印は最適な次数を表している。

Vi	Var: VAR01 Workfile: EXRATES::Untitled\ _ 🗖 🗙																
V	iew Proc	Object	Print	Name	Freeze	Estin	nate	Stats	Imp	ulse	Resids						
VAR Lag Order Selection Criteria Endogenous variables: D_R D_E Exogenous variables: C Date: 08/24/15 Time: 12:40 Sample: 1973Q1 2008Q2 Included observations: 133											< III						
-	Lag	Log	L		LR		FP	E		A	IC	Ī	SC		HQ		
1	0 1 2 3 4 5 6 7 8	603.94 629.5 631.11 637.9 639.44 646.10 649.8 653.7 655.6	835 757 640 773 909 084 900 163 169	50 3.0 12 2.0 12 6.0 6.1 3.3	NA 0.02977 057265 0.90944 322235 0.14034* 323992 789598 315199		4.01 2.90 3.01 2.88 3.00 2.88 2.89 2.90 3.00	e-07 e-07 e-07 e-07 e-07 e-07 e-07 e-07		-9.05 -9.37 -9.38 -9.38 -9.38 -9.38 -9.38 -9.37 -9.37	52384 77078 40813 33118 45728 85088* 31804 79193 47622		-9.008920 -9.246686* -9.123493 -9.078871 -8.954553 -8.906985 -8.816774 -8.727235 -8.608736	-9.0 -9.2 -9.2 -9.2 -9.2 -9.2 -9.2 -9.2 -9.2	034722 324092 252502 259484 186769 190806 152198 114262 047367		

尤度比検定LRでは、次数が5で最大となるため、次数は5が選択される。同様に、AICでは、次数が5で値が最小になるため、次数は5となる。しかし、SBC(SC)では1次のラグが選ばれる¹。ここでは、SBCの結果にしたがって、1次のVARとして分析を進めよう。

3. コレスキー分解を用いた推定

次に、コレスキー分解を用いた分散分解の結果を求める。これを行うためには、Var Window において、「View」→「Variance Decomposition」を選択し、次のように入力する。

¹ AIC と SBC の値は教科書の値と異なるが、これは情報量基準として異なる定義を用いているからである(この問題 は教科書 2 章を参照されたい)。

VAR Variance Decompositio	ns 🛛 🖾
Display Format Table Multiple Graphs	Display Informaton Decompositions of: d_r d_e
Combined Graphs	Periods: 10
Standard Errors	Factorization
None	Cholesky Decomposition
Monte Carlo	Structural Decomposition
Repetitions for Monte Carlo: 100	Ordering for Cholesky: d_r d_e
ОК	Cancel

ここでは、コレスキー分解を用いるので、Factorization として Cholesky Decomposition を選択する。また、実質為替レートが名目為替レートに対して因果関係で先行しているような順序付けを行いたいので、Ordering for Cholesky に d_r d_e の順に入力した(名目為 替レートが実質為替レートに対して因果関係で先行しているような順序付けを行いたけれ ば、d_e d_r とすればよい)。OK ボタンを押せば、下記の結果が得られる。

Var: UI	NTITLED Work	file: EXRATES::U	ntitled\				- 1	×
View Proc	Object Print	Name Freeze	Estimate S	stats	Impulse	Resids		
		Variance De	compositi	on				
								-
Variance	Decompositio	n of D R:						
Period	S.E.	D_R	D_I	E				
1	0.049025	100.0000	0.000	000	_			=
2	0.049732	97.99762	2.002	380				
3	0.049783	97.86216	2.137	839				
4	0.049786	97.85242	2.147	584				
5	0.049787	97.85171	2.148	286				
6	0.049787	97.85166	2.148	337				
7	0.049787	97.85166	2.148	340				
8	0.049787	97.85166	2.148	341				
9	0.049787	97.85166	2.148	341				
10	0.049787	97.85166	2.148	341				
Variance	Decomposition	n of D_E:			2			
Period	S.E.	D_R	D_1	E				
1	0.044982	80.62442	19.37	558	_			
2	0.046313	77.76910	22.23	090				
3	0.046407	77.57939	22.42	061				
4	0.046414	77.56578	22.43	422				
5	0.046415	77.56480	22.43	520				
6	0.046415	77.56473	22.43	527				
7	0.046415	77.56472	22.43	528				
8	0.046415	77.56472	22.43	528				
9	0.046415	77.56472	22.43	528				
10	0.046415	77.56472	22.43	528	_			-

この 1, 4, 8 四半期の結果を見れば、教科書の結果と同じ結果が得られたことが確認で きる。実質為替レートの予測誤差分散のほとんどが、その実質ショックで説明できること が明白である。これに対し、名目為替レートの予測誤差分散のうち、名目ショックは約 20% を説明している。

4. ブランシャール・クア分解

ブランシャール=クア分解を用いて、構造 VAR を推定してみよう。まず、教科書(5.76) 式の制約を明示しよう。そのためには、Var Window から「Proc」→「Estimate Structural Factorization」を選択し、次のように入力すればよい。

	optimization Control	
Endogenous variat @e1 for D_R resid @e2 for D_E resid @short-run example @e1 = C(1)*@u1 @e2 = C(2)*@e1 +	ole list: uals µals s: C(3)*@u2	•
Identifying Restr	i <u>ctions (Ae = Bu</u> where E[u'u] is identity R1 (@U2) =0	/ matrix)
 Text Matrix 		

ここで@LR1(@U2)=0は、2番目の構造的誤差が1番目の変数に長期的に影響を与えない ということを意味している。VAR モデルを推定するとき、Endogenous Variables として d_r d_e の順に入力したので、1番目の変数は d_r、2番目の変数は d_e となっている。し たがって、@LR1(@U2)=0は、名目ショックは実質為替レートに長期的影響を持たないとい える。ここで OK ボタンを押せば、下記の結果が得られる。

Model: Ae = Bu where E[uu']=I Restriction Type: long-run text form Long-run response pattern:									
	C(1) C(2)	0 C(3)							
		Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.				
	C(1) C(2) C(3)	0.056065 0.053512 0.023568	0.003351 0.003768 0.001408	16.73320 14.20351 16.73320	0.0000 0.0000 0.0000				
Log lik	elihood	573.9460							
Estimated A matrix: 1.000000 0.000000 0.000000 1.000000									
Estimated B matrix: 0.048304 -0.008376 0.043179 0.012608									

教科書 5 章 10 節で説明した通り、実質為替レートの階差 Δr と名目レートの階差 Δe は、 それぞれの構造ショック($\epsilon_{rt}, \epsilon_{nt}$)を用いて、

$$\begin{bmatrix} \Delta r_t \\ \Delta e_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11}(L) & C_{12}(L) \\ C_{21}(L) & C_{22}(L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathcal{E}_{rt} \\ \mathcal{E}_{nt} \end{bmatrix}$$

と書ける(実質ショックは ϵ_{rt} 、名目ショックは ϵ_{nt})。ショックの長期効果は、L=1 でラグ 多項式を評価することで求められる。たとえば、実質ショック ϵ_{rt} の実質為替レートへの長 期効果は $C_{11}(1)$ である。推定結果をみると、 $C_{11}(1)=0.056$ 、 $C_{12}(1)=0$ 、 $C_{21}(1)=0.053$ 、 $C_{22}(1)=0.023$ となる。 $C_{12}(1)=0$ は、名目ショックは実質為替レートに長期的効果を持たないという制約を 反映している。

また、実質為替レートの式の残差と構造ショックの関係を思い出してもらいたい。

$\begin{bmatrix} e_{1t} \end{bmatrix}_{-}$	$\int c_{11}(0)$	$c_{12}(0)$	$\left[\mathcal{E}_{rt} \right]$
$\begin{bmatrix} e_{1t} \end{bmatrix}^{-}$	$c_{21}(0)$	c ₂₂ (0)	$\left[\mathcal{E}_{nt} \right]$

推定結果をみると、これらの係数は、それぞれ c₁₁(0)=0.048、c₁₂(0)=-0.008、c₂₁(0)=0.043、c₂₂(0)=0.012 となっている。

このモデルの分散分析を求めるには、Var Window を用いて、「View」→「Variance Decomposition」を選択し、Factorization の項目で Structural Decomposition を選択すれ ばよい。

VAR Variance Decompositions		
 Display Format Table Multiple Graphs 	Display Informaton Decompositions of: d_r d_e	
Combined Graphs	Periods: 10	
Standard Errors	Factorization	
 None Monte Carlo 	 Cholesky Decomposition Structural Decomposition 	
Repetitions for 100 Monte Carlo;	Ordering for Cholesky: d_r d_e	
ОК	Cancel	

順序付けは依然と同様で実質為替レートが名目為替レートに対して因果関係で先行しているような順序付けを行っている。OKボタンを押せば、教科書と同じ結果が得られる。

Variance Period	Decomposition S.E.	n of D_R: Shock1	Shock2
1	0.049025	97.08066	2.919336
2	0.049732	95.62735	4.372653
3	0.049783	95.53043	4.469566
4	0.049786	95.52346	4.476540
5	0.049787	95.52296	4.477042
6	0.049787	95.52292	4.477078
7	0.049787	95.52292	4.477081
8	0.049787	95.52292	4.477081
9	0.049787	95.52292	4.477081
10	0.049787	95.52292	4.477081
Variance Decomposition of D. F.			
Variance	Decompositio	n of DE:	
Variance Period	e Decomposition S.E.	n of D_E: Shock1	Shock2
Variance Period	Decomposition S.E. 0.044982	n of D_E: Shock1 <u>92.14394</u>	Shock2
Variance Period	Decomposition S.E. 0.044982 0.046313	n of D_E: Shock1 <u>92.14394</u> 89.57726	Shock2 7.856060 10.42274
Variance Period	Decomposition S.E. 0.044982 0.046313 0.046407	n of D_E: Shock1 <u>92.14394</u> 89.57726 89.40733	Shock2 7.856060 10.42274 10.59267
Variance Period	Decomposition S.E. 0.044982 0.046313 0.046407 0.046414	n of D_E: Shock1 <u>92.14394</u> 89.57726 89.40733 89.39513	Shock2 7.856060 10.42274 10.59267 10.60487
Variance Period	Decomposition S.E. 0.044982 0.046313 0.046407 0.046414 0.046415	n of D_E: Shock1 <u>92.14394</u> 89.57726 89.40733 <u>89.39513</u> 89.39425	Shock2 7.856060 10.42274 10.59267 10.60487 10.60575
Variance Period 1 2 3 4 5 6	e Decomposition S.E. 0.044982 0.046313 0.046407 0.046414 0.046415 0.046415	n of D_E: Shock1 <u>92.14394</u> 89.57726 89.40733 <u>89.39513</u> 89.39425 89.39419	Shock2 7.856060 10.42274 10.59267 10.60487 10.60575 10.60581
Variance Period 1 2 3 4 5 6 7	e Decomposition S.E. 0.044982 0.046313 0.046407 0.046414 0.046415 0.046415 0.046415	n of D_E: Shock1 <u>92.14394</u> 89.57726 89.40733 <u>89.39513</u> 89.39425 89.39419 89.39419	Shock2 7.856060 10.42274 10.59267 10.60487 10.60575 10.60581 10.60581
Variance Period 1 2 3 4 5 6 7 8	Decomposition S.E. 0.044982 0.046313 0.046407 0.046414 0.046415 0.046415 0.046415	n of D_E: Shock1 <u>92.14394</u> 89.57726 89.40733 <u>89.39513</u> 89.39425 89.39419 89.39419 89.39419	Shock2 7.856060 10.42274 10.59267 10.60487 10.60585 10.60581 10.60581
Variance Period 1 2 3 4 5 6 7 8 9	Decomposition S.E. 0.044982 0.046313 0.046407 0.046414 0.046415 0.046415 0.046415 0.046415 0.046415	n of D_E: Shock1 <u>92.14394</u> 89.57726 89.40733 <u>89.39513</u> 89.39425 89.39419 <u>89.39419</u> 89.39419 89.39419	Shock2 7.856060 10.42274 10.59267 10.60487 10.60581 10.60581 10.60581 10.60581

次に、この構造 VAR でのインパルス応答関数を見てみよう。インパルス応答関数を見る ためには、Var Window を用いて、「View」→「Impulse Response」を選択する。そうす ると、Impulse Responses Window が表示されるので、次のように入力すればよい。

Impulse Responses Display Impulse Definition	X
 Display Format Table Multiple Graphs Combined Graphs 	Display Information Impulses: 1 2
Response Standard Errors None Analytic (asymptotic)	Responses: d_r d_e
Monte Carlo Repetitions: 100	Periods: 10
	OK キャンセル

Impulses には、ショックを与える変数を入力する。この場合、1 は d_r、2 は d_e を示し ている(最初に VAR モデルを推定するときと同じ順番になっている)。Responses には、 ショックの影響を見たい変数を入力している。Periods は 10 としているが、これは 10 期分 の影響をみることを表している。もし 20 期分の影響をみたいなら 20 とすればよい。ここ では、Display Format で Table を選ぶことで、結果を表(Table)で表示するようにした。 OK を押すと、以下の結果が得られる。

var: UNTITLED Workfile: UNTITLED::Untit				
[View]Pro	c Object Prin	t Name Freeze	Esti	
		Impulse Resp	ons	
			=	
Respon	se of D_R:			
Period	Shock1	Shock2		
1	0.048304	-0.008376	-	
2	0.005647	0.006163		
3	0.001547	0.001619		
4	0.000415	0.000435		
5	0.000111	0.000117		
6	2.99E-05	3.13E-05		
7	8.03E-06	8.41E-06		
8	2.16E-06	2.26E-06		
9	5.79E-07	6.06E-07		
10	1.55E-07	1.63E-07		
Respon	se of D_E:		_	
Period	Shock1	Shock2		
1	0.043179	0.012608	_	
2	0.007542	0.008037		
3	0.002042	0.002138		
4	0.000548	0.000574		
5	0.000147	0.000154		
6	3.95E-05	4.14E-05		
	1.06E-05	1.11E-05		
8	2.85E-06	2.98E-06		
9	7.64E-07	8.00E-07		
10	2.05E-07	2.15E-07		

ここで、上部分には、各ショックに反応して、どのように実質為替レート d_r が反応す るかを示している。たとえば、shock 1 (d_r の構造ショック) が1単位(構造ショックの 1標準偏差)変化すると、d_r は1期に 0.048 となり、2期には 0.005 となり、10期には 1.55E-07 となることを示している²。同様に、shock 2 (d_s の構造ショック) が1単位変 化すると、d_r は1期に-0.008376 になることが分かる。

結果をグラフで見たい場合には、Impulse Response Window の Display Format で Multiple Graphs を選択すればよい。また、構造 VAR モデルのインパルス応答関数を見た いので、Impulse Definition では Structural Decomposition を選択する。

Impulse Responses Display Impulse Definition	8
Decomposition Method: Residual – one unit Residual – one std.deviation Cholesky – dof adjusted Cholesky – no dof adjustment Generalized Impulses Structural Decomposition User Specified	Cheloaky Ordering:
	OK キャンセル

ここで OK を押すと、以下の画面が表示される。この図をみることで、各ショックに対応して、どのように実質為替レートと名目為替レートが反応しているかをみることができる。これは先の表を図にしたものに該当する。綺麗な図を作るためには、表として結果を

² 1.55E-07 とは、1.55×10⁷を意味する。これは表記を簡潔にするために、よく行われるので覚えておくとよいだろう。

出して、それを Excel などで図にする方がよいかもしれない。しかし、結果をすぐに視覚的に見たいときには、EViews で図を作らせた方が便利だろう。

